



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada

Efeito Hall Orbital em um Bilhar Mesoscópico Caótico

Lucas Pereira Alves

Dissertação de Mestrado

Recife - PE

31 de julho de 2023

Universidade Federal Rural de Pernambuco

Departamento de Física

Lucas Pereira Alves

Efeito Hall Orbital em um Biliar Mesoscópico Caótico

Trabalho apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada do Departamento de Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física Aplicada.

Orientador: Dr. Anderson Luiz da Rocha e Barbosa

Recife - PE

31 de julho de 2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- A474e Alves, Lucas Pereira
 Efeito Hall Orbital em um Biliar Mesoscópico Caótico / Lucas Pereira Alves. - 2023.
 63 f. : il.
- Orientador: Anderson Luiz da Rocha e Barbosa.
 Inclui referências e apêndice(s).
- Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada, Recife, 2023.
1. Dispositivos Mesoscópico. 2. Spintrônica. 3. Orbitrônica. 4. Flutuações Universais. I. Barbosa, Anderson Luiz da Rocha e, orient. II. Título

CDD 621

"With great power comes great responsibility."

*(- **Stan Lee**)*

Dedico todas minhas conquistas às pessoas
que sempre acreditaram em mim, em especial
minha mãe, Maria do Socorro.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por me conceder sabedoria. Aos meus pais e irmãos que sem eles nada disso seria possível e também a minha namorada, Carol, pelo carinho, amor e palavras de incentivo.

Gratidão ao meu orientador o professor Doutor Anderson Barbosa, que me ensinou ao longo desses anos, desde a graduação até o fim do mestrado, não me deixando desistir de concluir este trabalho.

E por fim aos meus amigos que fizeram essa caminhada ficar menos difícil, em especial a Jefferson, Eduardo e Joyce.

RESUMO

Neste trabalho estudamos um dispositivo mesoscópico caótico conectado a quatro terminais levando em consideração os graus de liberdade orbital e de spin dos portadores de carga. Nosso objetivo é estudar o efeito Hall de spin e o efeito Hall orbital e caracterizar as flutuações universais da corrente de spin e as flutuações universais da corrente orbital neste dispositivo. Para caracterizar a corrente de spin e a corrente orbital através do sistema, utilizamos o formalismo de Landauer - Büttiker. Dado que a dinâmica dos portadores de carga através do dispositivo é caótica, podemos utilizar o método diagramático baseado na teoria de matrizes aleatórias para calcular o valor médio da corrente de spin e da corrente orbital, bem como seus desvios padrões. Mostraremos que o desvio padrão das correntes de spin e orbital são universais no limite em que o número de modos de ondas propagantes nos terminais é suficientemente grande. Concluímos, mostrando que as flutuações universais da corrente de spin é nula na ausência do acoplamento spin-órbita enquanto as flutuações universais da corrente orbital, neste caso, tem um valor universal igual a 0.36, por outro lado, na presença do acoplamento spin-órbita as flutuações universais da corrente de spin e as flutuações universais da corrente orbital têm o mesmo valor universal igual a 0.18.

Palavras-chave: Dispositivos Mesoscópico, Spintrônica, Orbitrônica, Flutuações Universais.

ABSTRACT

In this work, we study a chaotic mesoscopic device connected to four leads considering the charge carriers' orbital and spin degrees of freedom. We aim to study the spin Hall effect and the orbital Hall effect and to characterize the universal spin current fluctuations and the universal orbital current fluctuations in this device. To characterize the spin current and orbital current through the system, we use the Landauer - Büttiker formalism. As the dynamics of the charge carriers through the device are chaotic, we use the diagrammatic method based on the random matrices theory to calculate the average of the spin current and the orbital current, as well as their standard deviations. We will show that the standard deviation of the spin and orbital currents is universal in the limit where the number of propagating wave modes at the terminals is large enough. We conclude by showing that the universal spin current fluctuations are null in the absence of spin-orbit coupling while the universal orbital current fluctuations, in this case, hold a universal value equal to 0.36. On the other hand, in the presence of spin-orbit coupling, the universal spin current fluctuations and the universal orbital current fluctuations orbital current have the same universal value equal to 0.18.

Keywords: Mesoscopic Devices, Spintronics, Orbitronics, Universal Fluctuations.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Efeito Hall	1
1.2	Efeito Hall de Spin	3
1.3	Efeito Hall Orbital	5
1.4	Teoria de Matrizes Aleatórias	7
1.5	Resumo dos capítulos	9
2	Método diagramático aplicado ao bilhar mesoscópico caótico	11
2.1	Integração sobre o grupo Unitário: Ensemble Circular Unitário ($\beta = 2$) . . .	12
2.2	Integração de Matrizes Simétricas do grupo Ortogonal: Ensemble Circular Ortogonal ($\beta = 1$)	17
2.3	Integração sobre o grupo Simplético de Matrizes Quaterniônicas: Ensemble Circular Simplético ($\beta = 4$)	19
2.4	Bilhar mesoscópico Caótico	20
2.4.1	Ensemble Circular Unitário ($\beta = 2$)	21
2.4.2	Ensemble Circular Ortogonal ($\beta = 1$)	23
2.4.3	Ensemble Circular Simplético ($\beta = 4$)	25

3	Efeito Hall de spin em um bilhar mesoscópico caótico	27
3.1	Efeito Hall de Spin via formalismo de Landauer-Büttiker	28
3.2	Efeito Hall de spin via teoria de matrizes aleatórias: ensemble circular simplético ($\beta = 4$)	32
3.2.1	Média do potencial nos terminais transversais	34
3.2.2	Média da corrente transversal de spin	34
3.2.3	Variância da corrente transversal de spin	35
4	Efeito Hall orbital em um bilhar mesoscópico caótico	38
4.1	Efeito Hall orbital via formalismo de Landauer-Büttiker	39
4.2	Efeito Hall de spin via teoria de matrizes aleatórias: ensemble circular ortogonal ($\beta = 1$)	43
4.2.1	Média dos potenciais nos terminais transversais	44
4.2.2	Média da corrente transversal orbital	45
4.2.3	Variância da corrente transversal orbital	45
4.3	Efeito Hall orbital via teoria de matrizes aleatórias: ensemble circular simplético ($\beta = 4$)	46
4.3.1	Média do potencial nos terminais transversais	47
4.3.2	Média da corrente transversal orbital	47
4.3.3	Variância da corrente orbital transversal	47
5	Conclusões e perspectivas futuras	49
A	Representação Diagramática do segundo momento	52
	Referências	63

LISTA DE FIGURAS

- 1.1 Representação experimental do Efeito Hall Clássico no qual consiste em aplicar um campo magnético constante B na direção z . É feito passar uma corrente elétrica constante I na direção x devido ao potencial V_x . O efeito Hall é a confirmação da indução de um potencial V_H na direção y . Figura retirada da referência [1]. 2
- 1.2 A figura mostra o surgimento de uma corrente pura de spin devido um forte acoplamento spin-órbita na amostra mesoscópica (cavidade cinza) ao ser atravessado por uma corrente pura de carga. Nos gráficos, a linha tracejada representa a energia de fermi e a linha solida vertical representa a energia do sistema, a cor vermelha representa a energia total das cargas que estão com spin down e a cor azul representa a energia total das cargas que estão com spin up. À esquerda a distribuição de energia nos terminais estão em equilíbrio, como não existe desbalanceamento não vai ocorrer propagação da corrente de spin e devido ao forte acoplamento spin-órbita do sistema, ocorre o desbalanceamento entre as energias das cargas com spin down e das cargas com spin up que estão representadas nos gráficos abaixo e acima da imagem, consequentemente irá existir uma propagação de corrente polarizada. . . . 4

1.3	a) A distribuição de energia nos terminais estão degenerados, como não existe desbalanceamento não vai ocorrer propagação da corrente de spin. Já em b), ao introduzir o acoplamento spin-órbita haverá a quebra de degenerescência de spin do sistema e com isso existirá um gap na estrutura de banda criando uma corrente de spin.	5
1.4	Representação do esquema experimental do efeito Hall orbital. Na esquerda, representa um gap na banda de estrutura entre os elétrons que giram no sentido horário (em azul) e anti-horário (em vermelho) e a partir desse gap, figura da direita, a estrutura ficará desbalanceada fazendo os elétrons que giram no sentido anti-horário sofrerem um desvio para parte inferior da cavidade e os elétrons que giram no sentido horário desviarem no sentido contrário, criando assim, uma corrente orbital transversal.	6
2.1	Representação dos bilhares mesoscópicos: a) bilhar mesoscópico conectados a dois terminais; b) bilhar mesoscópico conectados a quatro terminais. A seta verde indica uma possível trajetória da partícula através bilhar.	12
2.2	Regras da substituição dos elementos matrizes unitárias aleatórias S e S^* , matriz não aleatória A_{ij} e o delta de Kronecker δ_{ij}	13
2.3	O diagrama da esquerda representa a função $g(S)$ e o diagrama da direita representa a representa sua média $\langle g(S) \rangle$, no qual contém dois ciclos - T que geram $\mathbf{Tr}(C_i)$ e $\mathbf{Tr}(C_j)$ e um ciclo - S que gera o peso V_1 do diagrama. . . .	15
2.4	Representação diagramática de $\langle g^2(S) \rangle$. O primeiro e o quarto diagrama têm dois ciclos - S , portanto seus pesos são iguais a $V_{1,1}$. O segundo e terceiro diagrama tem apenas um ciclo - S , logo seu peso é igual a V_2	16
2.5	Representação diagramática para $\langle g(S) \rangle$, em que são representadas pela soma de dois diagramas. O primeiro diagrama possui dois ciclos - T e um ciclo - S e o segundo diagrama possui um ciclo - T e um ciclo - S . Note que o surgimento do segundo diagrama é por causa da nova interação de bolas pretas com brancas.	17

3.1	Bilhar mesoscópico caótico conectado a quatro terminais e com um forte acoplamento spin-órbita (região amarelada) capaz de produzir uma corrente pura de spin transversal a partir de uma corrente de carga longitudinal. A seta branca maior representa a corrente pura de carga, a seta azul curvada para cima representa as cargas com spin up sendo desviados para cima e a seta vermelha curvada para baixo representa cargas com spin down sendo desviados para baixo.	28
4.1	Efeito Hall orbital em um bilhar mesoscópico caótico conectado a quatro terminais semi-infinitos submetidos à tensões V_i e com uma textura (região azulada) do momento espacial orbital. Pode ou não haver a presença de um acoplamento spin-órbita.	40
A.1	Representação diagramática dos 24 diagramas para a média do segundo momento.	56

LISTA DE TABELAS

1.1	Representação da tabela da Classe de simetria de Wigner-Dyson. Os ensembles são classificados pelo índice β dependendo da quebra ou presença de simetria de reversão temporal (SRT) e da simetria de rotação de spin (SRS). A partir de características físicas de um sistema como a presença de um campo magnético (B) ou não, assim como a presença do acoplamento spin-órbita (SO), utilizamos o ensemble que estuda tal característica. Adaptação da referência [2]	9
-----	---	---

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Efeito Hall

O efeito Hall é um fenômeno físico que ocorre em materiais condutores quando são submetidos a um campo magnético externo. Esse efeito é muito importante na ciência, especialmente na física de materiais e na eletrônica. O Efeito Hall Clássico (EHC) foi descoberto por Edwin Herbert Hall durante o seu estudo sobre correntes elétricas no ano de 1879 [3]. O EHC consiste em um fenômeno observado em um semicondutor bidimensional sendo atravessado por uma corrente elétrica longitudinal I devido à existência de uma diferença de potencial V_x nas suas extremidades. Ao aplicar um campo magnético B perpendicular ao plano do semicondutor, os elétrons serão desviados devido a influência da força de Lorentz. Assim, haverá um acúmulo de elétrons na parte superior transversal do semicondutor e consequentemente um acúmulo de carga positiva na parte inferior. Conectando um galvanômetro nas extremidades transversais, é possível medir uma diferença de potencial transversal, conhecida como tensão Hall V_H . Consequentemente, surgirá uma corrente transversal e esses elétrons sentirão uma resistência conhecida como Resistência Hall, como ilustrado na figura 1.1.

Desde então, o efeito Hall tem sido amplamente estudado e aplicado em muitas áreas

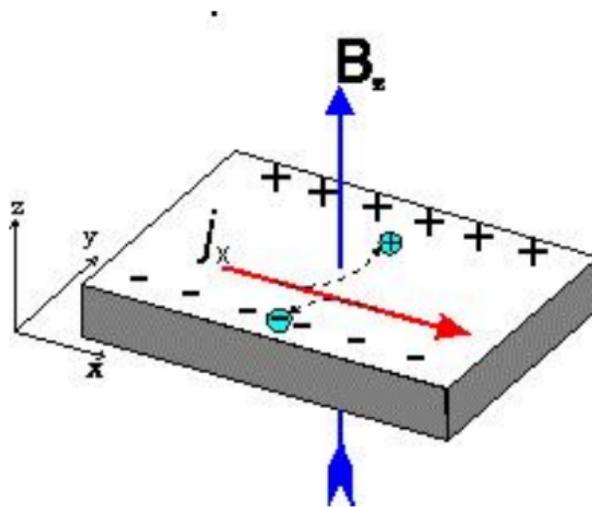


Figura 1.1: Representação experimental do Efeito Hall Clássico no qual consiste em aplicar um campo magnético constante B na direção z . É feito passar uma corrente elétrica constante I na direção x devido ao potencial V_x . O efeito Hall é a confirmação da indução de um potencial V_H na direção y . Figura retirada da referência [1].

distintas. Na física de materiais, ele é usado para entender as propriedades elétricas de materiais avançados, como supercondutores [4, 5], e materiais topológicos.

Além disso, o efeito Hall é uma das principais técnicas para medir certas propriedades dos portadores de carga em semicondutores, como por exemplo a densidade de portadores de carga, a mobilidade e a condutividade [6, 7]. Nos últimos anos, o efeito Hall também tem sido estudado em novos materiais, como grafeno [8] e materiais bidimensionais, que têm propriedades eletrônicas únicas. Esses materiais têm o potencial de revolucionar a eletrônica, tornando-a mais rápida, mais eficiente e mais versátil.

Em suma, o efeito Hall é uma das descobertas mais importantes da física moderna, que tem aplicações em muitas áreas diferentes, incluindo a física de materiais, a eletrônica e a pesquisa de novos materiais.

1.2 Efeito Hall de Spin

O efeito Hall de spin tem várias aplicações em diferentes áreas da física e da engenharia. Uma das áreas mais promissoras é a spintrônica, que utiliza o spin dos elétrons ao invés de sua carga elétrica para a transmissão e armazenamento de informações [9]. A spintrônica oferece várias vantagens em relação à eletrônica convencional, incluindo menor consumo de energia, maior velocidade e menor tamanho.

O efeito Hall de spin começou a ser estudado no ano de 1997 [10], sendo um dos fenômenos mais proeminentes observados na spintrônica. Este efeito é análogo ao efeito Hall clássico, contudo o efeito Hall de spin só é observado em sistemas paramagnéticos que apresentam um intenso acoplamento spin-órbita. As primeiras comprovações experimentais deste efeito foram realizadas em 2004 [11, 12]. Ele nos permite transformar uma corrente pura de carga longitudinal em uma corrente pura de spin transversal sem a necessidade da aplicação de um campo magnético perpendicular, pois se esse campo magnético for inserido, a propagação e a polarização do spin é destruída. Uma corrente de spin pode ser pensada como uma combinação de uma corrente de elétrons spin-up em uma direção e uma corrente de spin-down em uma direção oposta, resultando em um fluxo de corrente Hall pura de spin transversal, representado na figura 1.2. Semelhante à tensão Hall convencional, que gera um acúmulo de cargas nas bordas da amostra, no efeito Hall de spin é esperado o acúmulo de spin nas bordas [9–14]. Esse fenômeno foi observado em diversos experimentos, no qual foi possível medi uma alta taxa de conversão de corrente de carga em corrente de spin em metais pesados, ou seja, metais com um forte acoplamento spin-órbita, como a platina (Pt) [15] e o tungstênio (W) [16] e também em materiais bidimensionais como o grafeno [17, 18].

Portanto, o efeito Hall de spin é uma importante descoberta na física moderna que tem várias aplicações em áreas tão diversas quanto a spintrônica, a física de materiais e a física de partículas. Seu potencial para avançar a tecnologia da informação e a compreensão da física fundamental continua a ser um tema de pesquisa ativo.

Para melhor entendimento sobre o acoplamento spin-órbita é importante dizer que ele se refere às interações entre o spin dos elétrons e seus movimentos orbitais em torno do núcleo. Essas interações são consideradas *fortes* quando o tempo que leva para um elétron mudar seu

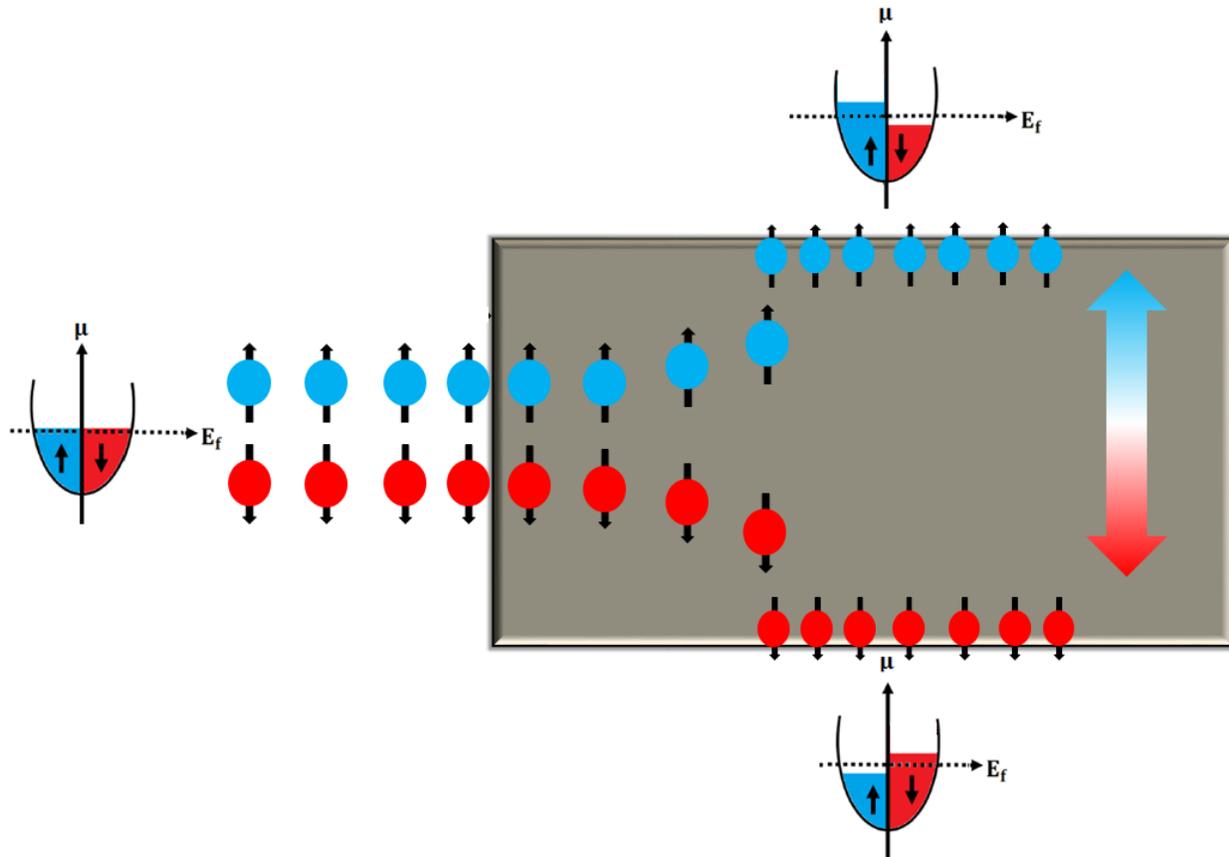


Figura 1.2: A figura mostra o surgimento de uma corrente pura de spin devido um forte acoplamento spin-órbita na amostra mesoscópica (cavidade cinza) ao ser atravessado por uma corrente pura de carga. Nos gráficos, a linha tracejada representa a energia de fermi e a linha solida vertical representa a energia do sistema, a cor vermelha representa a energia total das cargas que estão com spin down e a cor azul representa a energia total das cargas que estão com spin up. À esquerda a distribuição de energia nos terminais estão em equilíbrio, como não existe desbalanceamento não vai ocorrer propagação da corrente de spin e devido ao forte acoplamento spin-órbita do sistema, ocorre o desbalanceamento entre as energias das cargas com spin down e das cargas com spin up que estão representadas nos gráficos abaixo e acima da imagem, consequentemente irá existir uma propagação de corrente polarizada.

spin devido o acoplamento spin-órbita é muito menor do que o tempo que leva para o elétron colidir com um átomo vizinho [19]. O acoplamento spin-órbita é um importante fenômeno na física de materiais e na teoria de bandas. Ela descreve a interação entre o spin dos elétrons e o momento angular orbital associado a seus movimentos ao redor do núcleo. Essa interação

pode causar uma quebra da degenerescência da estrutura de banda de materiais, ou seja, faz com que alguns níveis de energia que seriam degenerados (com a mesma energia) se tornem não degenerados [20], ilustrado na figura 1.3.

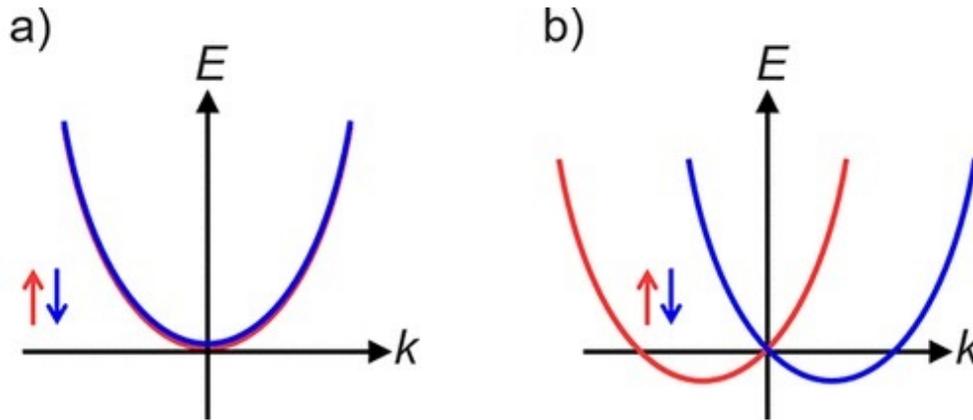


Figura 1.3: a) A distribuição de energia nos terminais estão degenerados, como não existe desbalanceamento não vai ocorrer propagação da corrente de spin. Já em b), ao introduzir o acoplamento spin-órbita haverá a quebra de degenerescência de spin do sistema e com isso existirá um gap na estrutura de banda criando uma corrente de spin.

1.3 Efeito Hall Orbital

O efeito Hall orbital teve como primeira proposta um estudo feito por Bernevig e Zhang em 2005 [21], mas somente a partir do ano de 2018 as atenções se voltaram a área da orbitrônica [21–45].

O efeito Hall orbital é um fenômeno muito semelhante ao efeito Hall de spin, como mostrado por D. Go [22]. Ele nos permite converter uma corrente pura de carga longitudinal em corrente Hall orbital transversal em sistemas centrossimétrico com textura de momento espacial orbital, mesmo quando o momento angular é extinto no equilíbrio [22]. Diferentemente do efeito Hall de spin, o efeito Hall orbital pode ocorrer independentemente do acoplamento spin-órbita. Portanto, podemos considerar o efeito Hall orbital mais fundamental que o efeito Hall de spin. As primeiras comprovações experimentais deste efeito

foram realizadas em 2023 [39, 40].

A corrente orbital pode ser entendida como uma corrente transversal de elétrons girando no sentido horário fluindo para uma direção e uma corrente transversal de elétrons girando para o sentido anti-horário fluindo para direção oposta, resultando num fluxo de corrente orbital transversal, como mostrado da figura 1.4. Foi constatado experimentalmente a conversão de corrente de carga em corrente orbital em metais leves, com fraco acoplamento spin-órbita, como, por exemplo, no titânio (Ti) [39, 40] e em metais pesados, como por exemplo, no W [46].

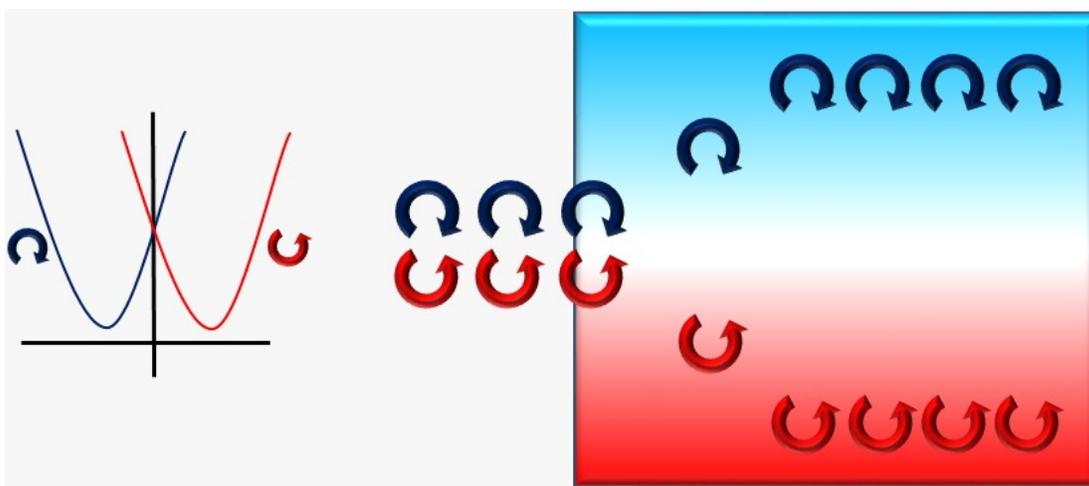


Figura 1.4: Representação do esquema experimental do efeito Hall orbital. Na esquerda, representa um gap na banda de estrutura entre os elétrons que giram no sentido horário (em azul) e anti-horário (em vermelho) e a partir desse gap, figura da direita, a estrutura ficará desbalanceada fazendo os elétrons que giram no sentido anti-horário sofrerem um desvio para parte inferior da cavidade e os elétrons que giram no sentido horário desviarem no sentido contrário, criando assim, uma corrente orbital transversal.

Como estudado na década de 1980 [47], a corrente de carga que atravessa dispositivos mesoscópicos desordenados no regime linear e em baixas temperaturas exibe flutuações mesoscópicas universais. As flutuações mesoscópicas podem ser interpretados teoricamente utilizando a teoria de matrizes aleatórias [48]. Desse modo, com o desenvolvimento dos primeiros experimentos do efeito Hall de spin [11, 12], surgiu o interesse em descobrir se a corrente de spin exibe flutuações mesoscópicas universais. Como esperado, as flutuações

universais da corrente de spin foram numericamente calculadas por Ren e Qiao em [49] e confirmada analiticamente via TMA por Bardarson [50].

No entanto, as flutuações universais da corrente de spin nunca foram confirmadas experimentalmente porque a corrente de spin é apenas medida indiretamente através do efeito Hall de spin inverso [51–54]. A conexão entre as flutuações universais da corrente de spin e as medidas experimentais do efeito Hall de spin foram feitas por [55, 56]. Foi mostrado que o ângulo spin Hall máxima (definido como a taxa de conversão de corrente de carga em corrente de spin) vezes a condutividade longitudinal é igual ao valor universal das flutuações da corrente de spin, mais especificamente $\Theta_{SH} \times \sigma = 0,18$.

Sendo assim, nosso trabalho apresenta um estudo analítico sobre o efeito Hall de spin e do efeito Hall orbital através de dois dispositivos mesoscópicos caóticos distintos, o primeiro com um forte acoplamento spin-órbita enquanto o segundo com um fraco acoplamento spin-órbita. Os dispositivos estão conectados a quatro terminais semi-infinitos podendo o transporte eletrônico ser descrito pelo formalismo de Landauer-Büttiker. Além disso, usaremos a TMA a fim de recuperar o valor universal das flutuações da corrente de spin, já conhecidos na literatura, e mostrar pela primeira vez que a corrente orbital exibe flutuações universais.

1.4 Teoria de Matrizes Aleatórias

A teoria de matrizes aleatórias lida com as propriedades estatísticas de grandes matrizes com elementos distribuídos aleatoriamente. Neste contexto, a distribuição de probabilidade das matrizes são caracterizadas como a entrada enquanto as funções de correlações de autovalores e autovetores destas matrizes são caracterizadas como saídas. A partir das funções de correlações é possível calcular as propriedades físicas do sistema, como por exemplo a distribuição dos espaçamentos entre níveis de energia de um átomo pesado ou de uma cavidade mesoscópica caótica [48].

A teoria de matrizes aleatórias foi usada pela primeira vez no campo de física nuclear por Wigner na década de 1950. Utilizando o conceito da distribuição para entender as distribuições do espaço dos níveis de energia nos núcleos de átomos pesados. Wigner utilizou

o conceito da distribuição estatística e de ensembles de matrizes aleatórias para analisar a distribuição dos níveis de energias nos átomos pesados, devido a sua grande quantidade de carga distribuída ao longo das órbitas [57, 58]. Anos mais tarde, Dyson contribuiu estabelecendo os fundamentos matemáticos para a teoria de matriz aleatórias [59], sendo responsável pela classificação dos ensembles de acordo com as dependências de suas simetrias, como a simetria de rotação de spin e simetria da reversão temporal.

Inicialmente na teoria de matrizes aleatórias foram introduzidas três classes de ensembles por Wigner-Dyson [58, 59]. Estas classes tem como características a presença ou quebra na simetrias fundamentais como a simetria de reversão temporal (STR) e simetria de rotação de spin (SRS). Anos mais tarde, foram introduzidas mais três classes de ensemble por Shuryak [60] e Verbaarschot [61] chamadas de ensembles chirais. Com a inserção das novas três classes foi possível estudar fenômenos em sistemas que tem redes bipartidas como o grafeno. Por fim foi introduzida mais quatro classes de ensemble por Altland e Zimbauer [62] em que se refere a dispositivos metálicos ou semicondutores em contato com supercondutores.

As dez classes de ensembles da teoria de matrizes aleatórias estão descritas em detalhes na referência [2]. Na tabela 1.1 apresentamos em detalhes os três ensembles de Wigner-Dyson, foco deste trabalho. Nessa tabela, vemos que cada ensemble possui um índice de simetria β , o nome por extenso de cada ensemble, sua dependência na quebra ou não da simetria de reversão temporal, sua relevância na simetria de rotação de spin e relacionamos os ensembles com exemplos físicos que tem um sistema. A coluna que representa os exemplos físicos, vemos que quando o campo magnético é nulo $B = 0$, a simetria de reversão temporal é preservado e quando $SO = 0$ o sistema não apresenta um forte acoplamento spin-órbita e consequentemente preserva a simetria de rotação de spin.

Em nosso trabalho, utilizaremos somente os ensembles de Wigner-Dyson, pois estamos interessados em dispositivos mesoscópicos metálicos ou semicondutores. Os ensembles de Wigner-Dyson são divididos em três ensembles os quais podem ser nomeados como:

- Ensemble Circular Ortogonal (ECO): Aplicado a sistemas que preservam a simetria de reversão temporal e a simetria de rotação de spin. Neste caso, o campo magnético externo e o acoplamento spin-órbita são nulos. Para esse caso, a matriz de espalhamento

Tabela 1.1: Representação da tabela da Classe de simetria de Wigner-Dyson. Os ensembles são classificados pelo índice β dependendo da quebra ou presença de simetria de reversão temporal (SRT) e da simetria de rotação de spin (SRS). A partir de características físicas de um sistema como a presença de um campo magnético (B) ou não, assim como a presença do acoplamento spin-órbita (SO), utilizamos o ensemble que estuda tal característica. Adaptação da referência [2]

Classe de Simetria	β	ensembles	SRT	SRS	Exemplos Físicos
Wigner Dyson	1	Ortogonal	sim	sim	B=0, SO=0
	2	Unitário	não	irrelevante	B \neq 0
	4	Simplético	sim	não	B=0, SO \neq 0

S é unitária e simétrica, $SS^\dagger = 1$ e $S^T = S$. Os elementos da matriz S são complexos e recebem o índice $\beta = 1$.

- Ensemble Circular Unitário (ECU): Aplicado a sistemas que não preservam a simetria de reversão temporal. Neste caso, a simetria foi quebrada pela aplicação de um campo magnético ou por impurezas magnéticas. São distribuídos uniformemente sobre o grupo unitário e de matrizes quaterniônicas, apresentando um índice $\beta = 2$.
- Ensemble Circular Simplético (ECS): Aplicado a sistemas que preservam a simetria de reversão temporal e apresenta a simetria de rotação de spin quebrada pelo acoplamento spin-órbita. Para esse caso, a matriz S é unitária e quaternio auto-dual, possuindo um índice $\beta = 4$.

Quando a simetria de reversão temporal é quebrada sob a ação de um campo magnético, ocorre uma transição suave dos ensemble ortogonal ou simplético para o unitário.

1.5 Resumo dos capítulos

No capítulo introdutório, vimos alguns conceitos que utilizamos para entender sobre o efeito Hall, efeito Hall de spin, efeito Hall orbital e a teoria de matrizes aleatórias.

No capítulo 2, aprenderemos o método diagramático e a aplicação do método nos ensembles exemplificados de acordo com a tabela de classe de ensembles de Wigner-Dyson.

Nos capítulos 3 e 4, apresentaremos o formalismo de Landauer-Büttiker acompanhada do método diagramático e da teoria de matrizes aleatórias para verificar se existe flutuação universal da corrente de spin do efeito Hall de spin e a flutuação universal da corrente orbital do efeito Hall orbital.

No último capítulo, fazemos as conclusões do trabalho desenvolvido nesta dissertação.

CAPÍTULO 2

MÉTODO DIAGRAMÁTICO APLICADO AO BILHAR MESOSCÓPICO CAÓTICO

A teoria de matrizes aleatórias pode ser aplicada no estudo de transporte eletrônico através de bilhares mesoscópicos caóticos. Desta forma, podemos calcular o valor médio e a variância de observáveis físicos fundamentais com a condutância e o ruído de disparo. Para isso, se faz necessário a integração de uma função polinomial $g(S)$ dos elementos de uma matriz unitária S de dimensão $N_T \times N_T$ sobre o grupo unitário $U(N)$. Existem diversas técnicas para desenvolver esta integral, mas um das mais flexíveis é o método diagramático proposto por Brouwer e Beenakker [63] em 1994.

O método diagramático consiste na utilização de diagramas para integrar uma função polinomial $g(S)$ dos elementos de uma matriz unitária S de dimensão $N_T \times N_T$ sobre o grupo unitário $U(N)$. Neste capítulo, introduziremos o método diagramático e como exemplo calcularemos o valor médio e a variância da condutância através de um bilhar mesoscópico caótico conectado a dois e a quatro terminais para os três ensembles de Wigner-Dyson, como ilustrado na figura 2.1.

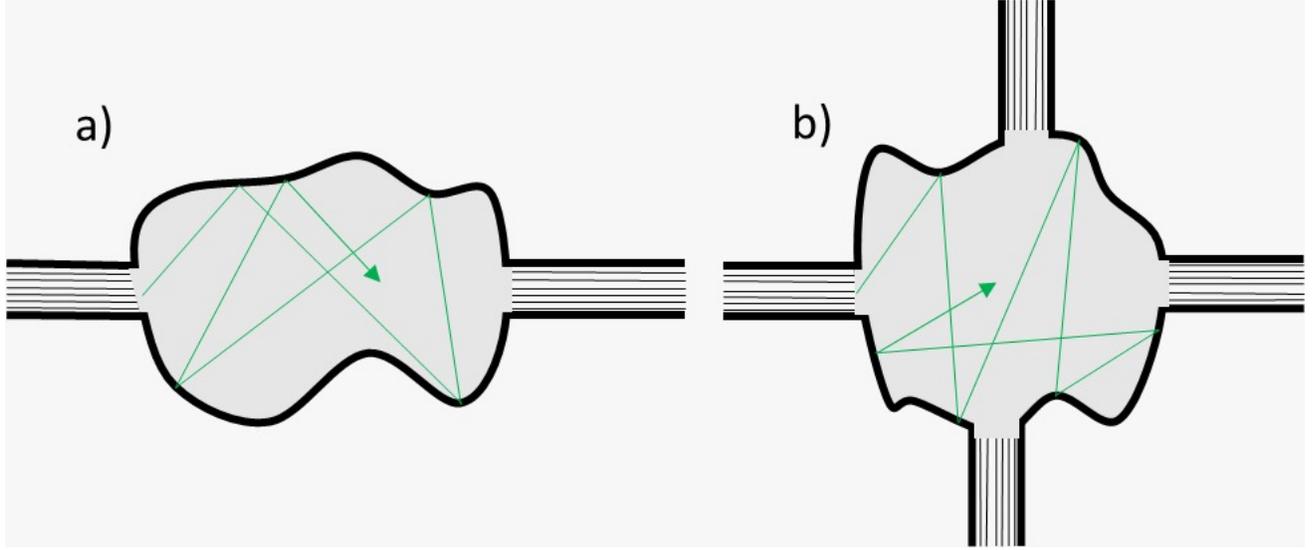


Figura 2.1: Representação dos bilhares mesoscópicos: a) bilhar mesoscópico conectados a dois terminais; b) bilhar mesoscópico coonectados a quatro terminais. A seta verde indica uma possível trajetória da partícula através bilhar.

2.1 Integração sobre o grupo Unitário: Ensemble Circular Unitário ($\beta = 2$)

O conceito de integrar refere-se a calcular a média de uma função que representaremos como $\langle \dots \rangle$

$$\langle g \rangle = \int dS g(S), \quad \text{e} \quad \int dS = 1. \quad (2.1)$$

Onde $g(S)$ é uma função polinomial, S é a matriz unitária de dimensão $N_T \times N_T$ e dS é a medida invariante (medida de Haar) no grupo unitário [64].

Considerando uma função polinomial $g(S) = S_{a_1 b_1} \cdots S_{a_n b_n} S_{\alpha_m \beta_1}^* \cdots S_{\alpha_m \beta_m}^*$ formada pelos elementos da matriz aleatória S , sua média é representada como

$$\left\langle S_{a_1 b_1} \cdots S_{a_n b_n} S_{\alpha_m \beta_1}^* \cdots S_{\alpha_m \beta_m}^* \right\rangle = \delta_{nm} \sum_{P, P'} V_{P, P'} \prod_{j=i}^n \delta_{a_j \alpha_{P(j)}} \delta_{b_j \beta_{P'(j)}}. \quad (2.2)$$

Para $n = m$ a média dessa função é diferente de zero, caso contrário, a média possui valor zero. Além disso, $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ são definidos como uma permutação dos elementos a_1, \dots, a_n e β_1, \dots, β_m devem ser as permutações de b_1, \dots, b_m . Dessa forma, podemos somar sobre

todas as possíveis permutações de P e P' de $1, \dots, n$, em que $n = \sum_{j=1}^k c_k$ e c_k representa o comprimento de cada diagrama referente a sua respectiva função polinomial e os coeficientes $V_{P,P'}$ representam os pesos de cada diagrama.

Agora, considere o caso de $n = m = 1$, neste caso, $P = P' = id$, a permutação é uma identidade, $P^{-1}P'$. Logo, a equação (2.2) resulta em

$$\langle S_{a_1 b_1} S_{\alpha_1 \beta_1}^* \rangle = V_1 \delta_{a_1 \alpha_1} \delta_{b_1 \beta_1}. \tag{2.3}$$

Vemos que para pequenos valores de n e m os resultados da média são facilmente obtidos da equação (2.2), entretanto, isso não ocorre para valores maiores. Ao passo que aumentamos os valores de n e m , os resultados tornam-se mais complexos de serem obtidos, por isso se faz necessário o uso do método diagramático das funções polinomiais para facilitar a obtenção dos resultados da média.

Os diagramas consistem nos blocos, mostrados na figura 2.2. Representamos os elementos das matrizes unitárias aleatórias S_{ab} ou $S_{\alpha\beta}^*$ por linhas pontilhadas. O primeiro índice a ou α são representados por bolas pretas e o segundo índice b ou β são representados por bolas brancas. Também definimos uma matriz não aleatórias A_{ij} que é representada por uma linha grossa e contínua que aponta do primeiro índice para o segundo. Por fim, temos as linhas finas e contínuas que representa as múltiplas permutações δ_{ij} .

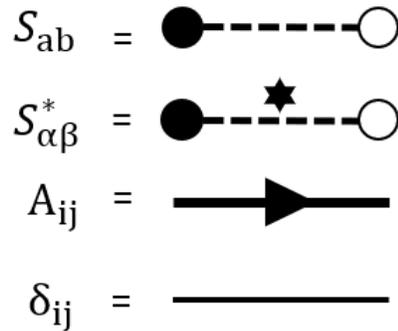


Figura 2.2: Regras da substituição dos elementos matrizes unitárias aleatórias S e S^* , matriz não aleatória A_{ij} e o delta de Kronecker δ_{ij} .

Seja uma função polinomial $g(S) = S_{a_1 b_1} \dots S_{a_n b_n} S_{\alpha_m \beta_1}^* \dots S_{\alpha_m \beta_m}^*$ formada pelos elementos da matriz aleatória e unitária S . Devemos seguir algumas regras para representar

seus diagramas: pontos pretos de S_{ab} só podem ser ligados aos pontos pretos de $S_{\alpha\beta}^*$ através do elemento de matriz não aleatória A_{ij} , vale também a mesma regra para os pontos brancos. As permutações são geradas pelas linhas finas e contínuas conectando os pontos pretos de S_{ab} aos pretos de $S_{\alpha\beta}^*$ e os brancos de S_{ab} aos brancos de $S_{\alpha\beta}^*$, representando um delta de Kronecker.

Para calcular a média, devemos somar sobre todas as permutações de P e P' da estrutura cíclica e V_{c_1, \dots, c_k} representa os pesos dos diagramas do grupo S , em que o coeficiente c_k é a metade da quantidade de linhas pontilhadas que estão ligadas as linhas finas contínuas formando o ciclo- S de cada diagrama. Para encontrar as contribuições das permutações para a média de uma função é necessário:

- Desenhar o diagrama de acordo com as regras da figura 2.2;
- Obter a estrutura cíclica das permutações;
- Obter o traço das matrizes não aleatórias através da análise do circuito. Cada traço das matrizes não aleatórias corresponde a um ciclo - T , isso é, a partir de uma matriz não aleatória seguirá uma linha grossa seguido de uma linha fina fechando assim um ciclo - T . E se a linha grossa correspondente a sua matriz for percorrida na direção oposta a sua seta, a matriz não aleatórias deve ser substituída pela sua transposta;
- O circuito fechado no diagrama constituído de linhas pontilhadas e linhas finas alternadamente é chamado de ciclo - S , esse corresponde aos pesos do diagrama. Este é representado pela metade do número do conjunto formado pelas linhas finas e pontilhadas contidas que no ciclo - S de cada diagrama.

Agora vamos considerar a função

$$g_{ij} = \mathbf{Tr}(C_i S C_j S^\dagger), \quad (2.4)$$

em que C_i e C_j são matrizes não aleatórias ou projetores. Representaremos diagramaticamente esta função para determinar sua média. Para isso, devemos seguir o passo a passo das regras apresentadas acima. A função $g(S)$ e sua média está diagramaticamente representada na figura 2.3.

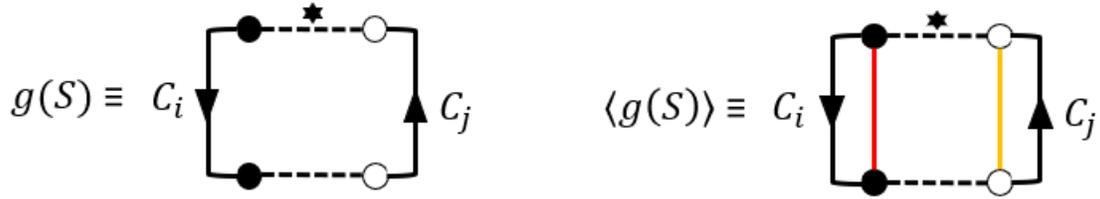


Figura 2.3: O diagrama da esquerda representa a função $g(S)$ e o diagrama da direita representa a sua média $\langle g(S) \rangle$, no qual contém dois ciclos - T que geram $\mathbf{Tr}(C_i)$ e $\mathbf{Tr}(C_j)$ e um ciclo - S que gera o peso V_1 do diagrama.

Para obter a média de $g(S)$, observamos sua representação à direita na figura 2.3. Partindo do ponto superior preto, acompanhamos a matriz fixa a partir da seta até chegarmos no ponto preto inferior, e em seguida, seguimos a linha fina até retornarmos ao ponto preto superior, fechando assim um ciclo - T formando o traço da matriz $\mathbf{Tr}(C_i)$. Do mesmo modo faremos para o ponto branco à direita, fechando assim outro ciclo - T que representa o traço da matriz $\mathbf{Tr}(C_j)$. É importante ver que para a matriz C_j partimos da bola branca superior, seguimos a linha fina até a bola branca inferior e percorremos o sentido da seta até o ponto inicial. O próximo passo é determinar o peso do diagrama, partiremos da bola preta superior, seguimos pela linha fina até a bola preta inferior, passando pela linha pontilhada (contando uma vez) até a bola branca inferior e em seguida seguimos a linha pontilhada até a bola branca superior e por fim, passaremos por outra linha pontilhada (contando duas vezes) até chegarmos a bola preta superior de onde partimos. Fechamos, assim, o ciclo - S e para determinar o índice do peso, dividimos a quantidade de vezes que passamos pelas linhas pontilhadas por dois e como foram duas vezes, o índice do peso será 1 (V_1). Portanto, a média de $g(S)$ é representada como:

$$\langle g_{ij} \rangle = V_1 \mathbf{Tr}(C_i) \mathbf{Tr}(C_j). \quad (2.5)$$

O valor para o peso do diagrama da equação (2.5) é [63]

$$V_1 = \frac{1}{N_T}, \quad (2.6)$$

onde as matrizes C_i e C_j são matrizes quaisquer e N_T é a dimensão da matriz aleatória S .

Podemos também determinar o valor médio do segundo momento $\langle g_{ij} g_{kl} \rangle$ da função g

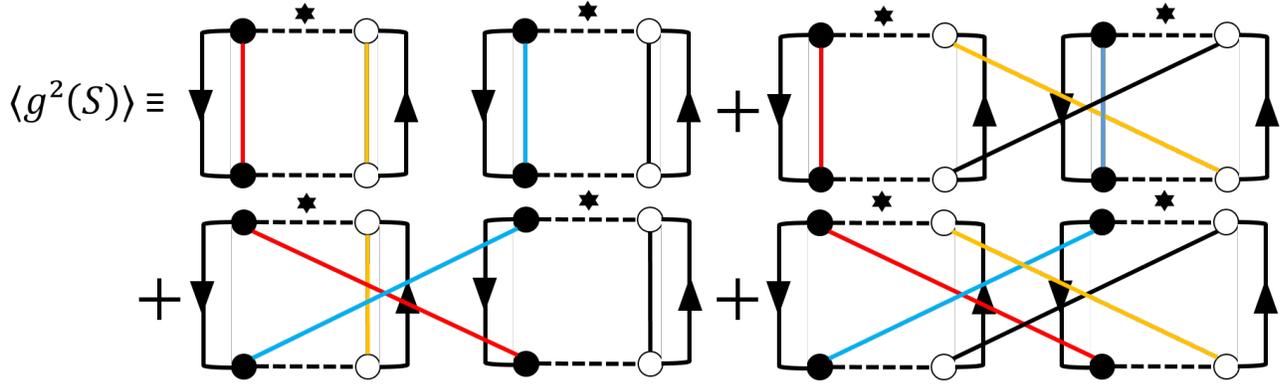


Figura 2.4: Representação diagramática de $\langle g^2(S) \rangle$. O primeiro e o quarto diagrama têm dois ciclos - S , portanto seus pesos são iguais a $V_{1,1}$. O segundo e terceiro diagrama tem apenas um ciclo - S , logo seu peso é igual a V_2 .

pele método diagramático. Em que multiplicamos as funções e representamos os diagramas por todas as permutações possíveis dos deltas de Kronecker ligando círculos pretos com círculos pretos e círculos brancos com círculos brancos adotando o sentido anti-horário e cada linha grossa com seta representaremos por matrizes $C_{i,j,k,l}$. Os diagramas da média do segundo momento estão representado na figura 2.4.

Após montar os diagramas para $\langle g_{ij}g_{kl} \rangle$ de acordo com a figura 2.4, obtemos o seguinte resultado

$$\begin{aligned} \langle g_{ij}g_{kl} \rangle = & V_{1,1} [\mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j)\mathbf{Tr}(C_k)\mathbf{Tr}(C_l) + \mathbf{Tr}(C_iC_k)\mathbf{Tr}(C_lC_j)] \\ & + V_2 [\mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_lC_j)\mathbf{Tr}(C_k) + \mathbf{Tr}(C_iC_k)\mathbf{Tr}(C_j)\mathbf{Tr}(C_l)], \end{aligned} \quad (2.7)$$

enquanto os valores para os pesos são expressos como

$$\begin{aligned} V_{1,1} &= \frac{1}{(N_T^2 - 1)}, \\ V_2 &= \frac{-1}{N_T(N_T^2 - 1)}. \end{aligned}$$

A definição para a covariância de uma função é dado por

$$\text{covar}[g_{ij}, g_{kl}] = \langle g_{ij}g_{kl} \rangle - \langle g_{ij} \rangle \langle g_{kl} \rangle, \quad (2.8)$$

substituindo as equações (2.5) e (2.7) na equação (2.8), teremos:

$$\begin{aligned} \text{covar}[g_{ij}, g_{kl}] = & V_{1,1} \left[\text{Tr}(C_i) \text{Tr}(C_j) \text{Tr}(C_k) \text{Tr}(C_l) + \text{Tr}(C_i C_k) \text{Tr}(C_l C_j) \right] \\ & + V_2 \left[\text{Tr}(C_i) \text{Tr}(C_l C_j) \text{Tr}(C_k) + \text{Tr}(C_i C_k) \text{Tr}(C_j) \text{Tr}(C_l) \right] \\ & - V_1^2 \left[\text{Tr}(C_i) \text{Tr}(C_j) \text{Tr}(C_k) \text{Tr}(C_k) \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.2 Integração de Matrizes Simétricas do grupo Ortogonal: Ensemble Circular Ortogonal ($\beta = 1$)

Aplicaremos a técnica diagramática agora para o grupo unitário de matrizes simétricas, também chamada de ensemble circular ortogonal. Neste caso utilizaremos as mesmas regras usadas anteriormente para os diagramas do grupo unitário ou ensemble circular unitário. Contudo, temos uma simetria adicional neste ensemble que tem que ser levado em conta, ou seja, a matriz aleatória satisfaz $S^T = S$. Devido a nova simetria da matriz S , concluímos que $S_{ij} = S_{ji}$. Por esse novo vínculo, podemos agora ligar os pontos pretos aos brancos com os deltas de Kronecker (linhas finas). A partir disso, podemos representar a média da função $g(S)$ da equação (2.4) na forma diagramática mostrada na figura 2.5.

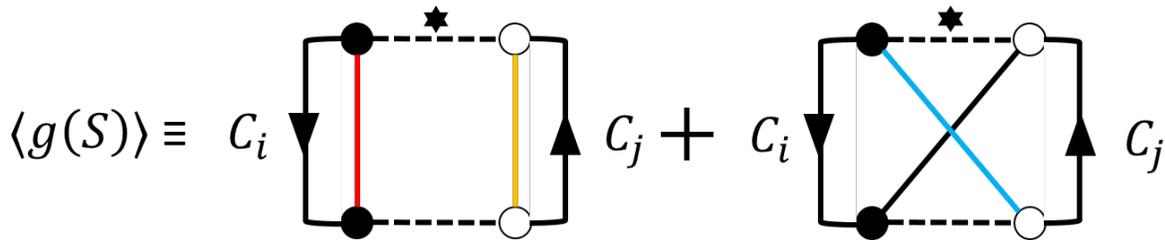


Figura 2.5: Representação diagramática para $\langle g(S) \rangle$, em que são representadas pela soma de dois diagramas. O primeiro diagrama possui dois ciclos - T e um ciclo - S e o segundo diagrama possui um ciclo - T e um ciclo - S . Note que o surgimento do segundo diagrama é por causa da nova interação de bolas pretas com brancas.

Seguindo a regra dos diagramas, no primeiro diagrama temos dois ciclos - T sendo o primeiro traço da matriz C_i e o segundo o traço da matriz C_j . Para o segundo diagrama,

temos um ciclo - T onde o traço é dado pela multiplicação da matriz C_i com a matriz C_j . Para os pesos vemos que ambos têm um ciclo - S determinando o peso V_1 . Logo podemos representar essa média da seguinte forma

$$\langle g_{ij} \rangle = V_1 [\mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j) + \mathbf{Tr}(C_i C_j)], \quad (2.10)$$

onde temos o valor do peso V_1 característico igual à

$$V_1 = \frac{1}{(N_T + 1)}. \quad (2.11)$$

A média do segundo cumulante $\langle g_{ij}, g_{kl} \rangle$ é obtido de 24 diagramas, estes estão representados no Apêndice A. Dos 24 diagramas, obtemos o seguinte resultado

$$\begin{aligned} \langle g_{ij} g_{kl} \rangle = & V_{1,1} \left[\mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j)\mathbf{Tr}(C_k)\mathbf{Tr}(C_l) + \mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j)\mathbf{Tr}(C_k C_l) \right. \\ & + \mathbf{Tr}(C_i C_j)\mathbf{Tr}(C_k)\mathbf{Tr}(C_l) + \mathbf{Tr}(C_i C_j)\mathbf{Tr}(C_k C_l) \\ & + \mathbf{Tr}(C_i C_k)\mathbf{Tr}(C_j C_l) + \mathbf{Tr}(C_i C_l C_j C_k) \\ & \left. + \mathbf{Tr}(C_i C_k C_j C_l) + \mathbf{Tr}(C_i C_l)\mathbf{Tr}(C_j C_k) \right] \\ & + V_2 \left[\mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j C_k)\mathbf{Tr}(C_l) + \mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j C_l C_k) \right. \\ & + \mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j C_k C_l) + \mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j C_l)\mathbf{Tr}(C_k) \\ & + \mathbf{Tr}(C_i C_k C_j)\mathbf{Tr}(C_l) + \mathbf{Tr}(C_i C_l C_k C_j) \\ & + \mathbf{Tr}(C_i C_k C_l C_j) + \mathbf{Tr}(C_i C_l C_j)\mathbf{Tr}(C_k) \\ & + \mathbf{Tr}(C_i C_j C_k)\mathbf{Tr}(C_l) + \mathbf{Tr}(C_i C_j C_l C_k) \\ & + \mathbf{Tr}(C_i C_k)\mathbf{Tr}(C_j)\mathbf{Tr}(C_l) + \mathbf{Tr}(C_i C_l C_k)\mathbf{Tr}(C_j) \\ & + \mathbf{Tr}(C_i C_j C_l)\mathbf{Tr}(C_k) + \mathbf{Tr}(C_i C_j C_k C_l) \\ & \left. + \mathbf{Tr}(C_i C_k C_l)\mathbf{Tr}(C_j) + \mathbf{Tr}(C_i C_l)\mathbf{Tr}(C_j)\mathbf{Tr}(C_k) \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Os valores dos pesos $V_{1,1}$ e V_2 para o ensemble circular ortogonal são dados por

$$\begin{aligned} V_{1,1} &= \frac{2 + N_T}{N_T(N_T + 1)(N_T + 3)}, \\ V_2 &= \frac{-1}{N_T(N_T + 1)(N_T + 3)}. \end{aligned}$$

A partir das equações (2.10) e (2.12) podemos calcular a covariância de $g(S)$ substituindo na equação (2.8).

2.3 Integração sobre o grupo Simplético de Matrizes Quaterniônicas: Ensemble Circular Simplético ($\beta = 4$)

Para resolver a integração sobre o grupo simplético de matrizes quaterniônicas, ou seja, os resultados esperados para o ensemble circular simplético, ou seja, quando há acoplamento spin-órbita. Por conta disso, a dimensão da matriz do grupo unitário irá aumentar para uma dimensão $2N_T \times 2N_T$ devido ao grau de liberdade de spin. Iremos utilizar a função $g(S)$ do ensemble circular ortogonal para determinar os resultados para o ensemble circular simplético. E para obter os resultados, realizamos os seguintes procedimentos:

- A função $g(S)$ do ensemble circular simplético será construída a partir da equação (2.4), sendo as substituições feitas seguindo a referencia [63]. Os traços da equação (2.4) devem ser substituído como $\mathbf{Tr} \rightarrow -\mathbf{Tr}$. Neste caso temos que

$$g_{ij} = -\mathbf{Tr}(C_i S C_j S^\dagger), \quad (2.13)$$

onde S é uma matriz quaterniônica de dimensão $2N_T \times 2N_T$;

- No caso da média de $\langle g(S) \rangle$, equação (2.10), devemos substituir $\mathbf{Tr} \rightarrow -2\mathbf{Tr}$ e os fatores numéricos $N_T \rightarrow -2N_T$. Desta forma, temos que

$$V_1 = \frac{1}{(-2N_T + 1)},$$

e conseqüentemente

$$\langle g_{ij} \rangle = \frac{1}{(2N_T - 1)} \left[4\mathbf{Tr}(C_i)\mathbf{Tr}(C_j) - 2\mathbf{Tr}(C_i C_j) \right]. \quad (2.14)$$

Para o segundo cumulante $\langle g^2(S) \rangle$ utilizaremos a mesma regra acima, partindo da equação (2.12). Desta forma obtemos o seguinte resultando

$$\begin{aligned}
\langle g_{ij}, g_{kl} \rangle = & V_{1,1} \left[16 \mathbf{Tr}(C_i) \mathbf{Tr}(C_j) \mathbf{Tr}(C_k) \mathbf{Tr}(C_l) - 8 \mathbf{Tr}(C_i) \mathbf{Tr}(C_j) \mathbf{Tr}(C_k C_l) \right. \\
& - 8 \mathbf{Tr}(C_i C_j) \mathbf{Tr}(C_k) \mathbf{Tr}(C_l) + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_j) \mathbf{Tr}(C_k C_l) \\
& + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_k) \mathbf{Tr}(C_j C_l) - 2 \mathbf{Tr}(C_i C_l C_j C_k) \\
& \left. - 2 \mathbf{Tr}(C_i C_k C_j C_l) + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_l) \mathbf{Tr}(C_j C_k) \right] \\
& + V_2 \left[- 8 \mathbf{Tr}(C_i) \mathbf{Tr}(C_j C_k) \mathbf{Tr}(C_l) + 4 \mathbf{Tr}(C_i) \mathbf{Tr}(C_j C_l C_k) \right. \\
& + 4 \mathbf{Tr}(C_i) \mathbf{Tr}(C_j C_k C_l) - 8 \mathbf{Tr}(C_i) \mathbf{Tr}(C_j C_l) \mathbf{Tr}(C_k) \\
& + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_k C_j) \mathbf{Tr}(C_l) - 2 \mathbf{Tr}(C_i C_l C_k C_j) \\
& - 2 \mathbf{Tr}(C_i C_k C_l C_j) + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_l C_j) \mathbf{Tr}(C_k) \\
& + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_j C_k) \mathbf{Tr}(C_l) - 2 \mathbf{Tr}(C_i C_j C_l C_k) \\
& - 8 \mathbf{Tr}(C_i C_k) \mathbf{Tr}(C_j) \mathbf{Tr}(C_l) + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_l C_k) \mathbf{Tr}(C_j) \\
& + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_j C_l) \mathbf{Tr}(C_k) - 2 \mathbf{Tr}(C_i C_j C_k C_l) \\
& \left. + 4 \mathbf{Tr}(C_i C_k C_l) \mathbf{Tr}(C_j) - 8 \mathbf{Tr}(C_i C_l) \mathbf{Tr}(C_j) \mathbf{Tr}(C_k) \right].
\end{aligned} \tag{2.15}$$

sendo os valores dos pesos $V_{1,1}$ e V_2 dados por

$$\begin{aligned}
V_{1,1} &= \frac{N_T - 1}{N_T(-2N_T + 1)(-2N_T + 3)}, \\
V_2 &= \frac{1}{2N_T(-2N_T + 1)(-2N_T + 3)}.
\end{aligned}$$

A partir das equações (2.14) e (2.15) podemos calcular a covariância de $g(S)$ substituindo-as na equação (2.8).

2.4 Bilhar mesoscópico Caótico

Nesta seção aplicaremos o método diagramático ao bilhar mesoscópico caótico conectada a dois e quatro terminais, figura 2.1. Calcularemos a média e a variâncias da condutância através do bilhar. Para isso, a matriz unitária será interpretada como a matriz de

espalhamento que conecta as amplitudes das ondas que chegam no bilhar através dos terminais com as que saem do bilhar, veja figura 2.1. A matriz S tem dimensão $N_T \times N_T$, onde $N_T = \sum_{i=1}^n N_i$, n é o número de terminais e N_i é o número de modos propagantes de ondas no i -ésimo terminal. N_i é proporcional à largura (W) do terminal e ao vetor de Fermi (k_F) dada pela equação $N_i = k_F W_i / \pi$. A matriz S é escrita como

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

onde r e r' são os blocos de reflexão e t e t' os blocos de transmissão.

No formalismo de Landauer-Büttiker a condutância é escrita em função do bloco de transmissão [63, 64]

$$G = G_0 \times \mathbf{Tr}(tt^\dagger), \quad (2.17)$$

sendo $G_0 = 2e^2/h$ o quantum de condutância. Vamos definir as matrizes de projeção C_1 e C_2 referentes aos terminais 1 e 2 conectados ao bilhar

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1_{N_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1_{N_2} \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Estas matrizes satisfazem as seguintes relações $\mathbf{Tr}(C_i) = N_i$ e $\mathbf{Tr}(C_i C_j) = \delta_{ij} N_i$ onde 1_{N_i} é uma matriz identidade de dimensão $N_i \times N_i$. Fazendo uso das matrizes de projeção, podemos reescrever a equação (2.17) da seguinte forma

$$G_{ij} = G_0 \times \mathbf{Tr}(C_i S C_j S^\dagger). \quad (2.19)$$

Essa é a condutância entre os terminais i e j . Note que a equação (2.19) é equivalente a equação (2.4). Desta forma, podemos utilizar os resultados apresentados acima para obter a média e a variância da condutância através do bilhar.

2.4.1 Ensemble Circular Unitário ($\beta = 2$)

Nesta seção calcularemos a média e a variância da condutância através de um bilhar mesoscópico caótico conectado a dois e a quatro terminais no caso em que a matriz espalhamento é uma matriz unitária descrita pelo ensemble circular unitário. Neste caso, o bilhar

está submetido a um campo magnético perpendicular externo que quebra a simetria de reversão temporal, veja Tabela 1.1. Sendo assim utilizaremos os resultados apresentados na seção 2.1 para desenvolver os cálculos.

Bilhar conectado a dois terminais

Partimos da fórmula de Landauer-Büttiker, equação (2.19). Tomamos a média da condutância para o caso de dois terminais

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \mathbf{Tr}(C_1 S C_2 S^\dagger). \quad (2.20)$$

Como a matriz S é descrita pelo ensemble circular unitária a média desta equação é dada pela equação (2.5). Desta forma obtemos que

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}. \quad (2.21)$$

Da mesma forma, a variância da condutância é dada pela equação (2.9), o que nos leva a obter que

$$\text{var}[G_{12}] = G_0^2 \times \frac{N_1^2 N_2^2}{(N_1 + N_2)^2 (N_1 + N_2 + 1) (N_1 + N_2 - 1)}. \quad (2.22)$$

No caso de terminais simétricos, ou seja, $N_1 = N_2 = N$, e tomando o limite semiclássico, $N > 1$, a média da condutância se simplifica para

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \frac{N}{2}. \quad (2.23)$$

Por outro lado, a variância fica independente de N no limite semiclássico atingindo um valor universal dado por

$$\text{var}[G_{12}] = G_0^2 \times \frac{1}{16}. \quad (2.24)$$

Tomando a raiz quadrada da variância temos desvio padrão da condutância dado por

$$\text{rms}[G_{12}] = G_0 \times \sqrt{\frac{1}{16}} = G_0 \times 0,25, \quad (2.25)$$

conhecido como flutuação universal da condutância para o ensemble circular unitário.

Bilhar conectado a quatro terminais

Seguindo os mesmos passos adotados na seção referente ao bilhar conectado a dois terminais, podemos obter a média da condutância quando o bilhar está conectado a quatro terminais. No caso do ensemble circular unitária a média da condutância é dada pela equação (2.5). Desta forma obtemos que

$$\langle G_{12} \rangle = \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}. \quad (2.26)$$

A covariância entre as condutâncias G_{12} e G_{34} é definida por

$$\text{covar}[G_{12}, G_{34}] = \langle G_{12} G_{34} \rangle - \langle G_{12} \rangle \langle G_{34} \rangle, \quad (2.27)$$

obtendo assim da equação (2.9) que

$$\text{covar}[G_{12}, G_{34}] = \frac{N_1 N_2 N_3 N_4}{N_T^2 (N_T + 1)(N_T - 1)}, \quad (2.28)$$

onde $N_T = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$.

2.4.2 Ensemble Circular Ortogonal ($\beta = 1$)

Nesta seção calcularemos a média e a variância da condutância através de um bilhar mesoscópico caótico conectado a dois e a quatro terminais no caso em que a matriz espalhamento é uma matriz simétrica descrita pelo ensemble circular ortogonal. Neste caso, o bilhar preserva a simetria de reversão temporal e a simetria de rotação de spin, veja Tabela 1.1. Sendo assim utilizaremos os resultados apresentados na seção 2.2 para desenvolver os cálculos.

Bilhar conectado a dois terminais

Partimos da fórmula de Landauer-Büttiker, equação (2.19). Tomamos a média da condutância para o caso de dois terminais

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \mathbf{Tr}(C_1 S C_2 S^\dagger). \quad (2.29)$$

Como a matriz S é descrita pelo ensemble circular ortogonal a média desta equação é dada pela equação (2.10). Desta forma obtemos que

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2 + 1}. \quad (2.30)$$

Da mesma forma, a variância da condutância é dada pela equação (2.12), o que nos leva a obter que

$$\text{var}[G_{12}] = G_0^2 \times \frac{2N_1 N_2 (N_1 + 1)(N_2 + 1)}{(N_1 + N_2)(N_1 + N_2 + 1)^2(N_1 + N_2 + 3)}. \quad (2.31)$$

No caso de terminais simétricos, ou seja, $N_1 = N_2 = N$, e tomando o limite semiclassico, $N > 1$, a média da condutância se simplifica para

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \left[\frac{N}{2} - \frac{1}{4} \right]. \quad (2.32)$$

O fator $-1/4$ é conhecido como localização fraca e surge do efeito de retroespalhamento coerente causada pela conservação da simetria de reversão temporal. Por outro lado, a variância fica independente de N no limite semiclassico atingindo um valor universal dado por

$$\text{var}[G_{12}] = G_0^2 \times \frac{1}{8}. \quad (2.33)$$

Tomando a raiz quadrada da variância temos desvio padrão da condutância dado por

$$\text{rms}[G_{12}] = G_0 \times \sqrt{\frac{1}{8}} \approx G_0 \times 0,36, \quad (2.34)$$

conhecido como flutuação universal da condutância para o ensemble circular ortogonal.

Bilhar conectado a quatro terminais

Seguindo os mesmos passos adotados na seção referente ao bilhar conectado a dois terminais, podemos obter a média da condutância quando o bilhar está conectado a quatro terminais. No caso do ensemble circular ortogonal a média da condutância é dada pela equação (2.10). Desta forma obtemos que

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \frac{N_1 N_2}{N_T + 1}. \quad (2.35)$$

A covariância entre as condutâncias G_{12} e G_{34} é dada por

$$\text{covar}[G_{12}, G_{34}] = G_0^2 \times \frac{2N_1 N_2 N_3 N_4}{N_T (N_T + 1)^2 (N_T + 3)}. \quad (2.36)$$

2.4.3 Ensemble Circular Simplético ($\beta = 4$)

Nesta seção calcularemos a média e a variância da condutância através de um bilhar mesoscópico caótico conectado a dois e a quatro terminais no caso em que a matriz espalhamento é uma matriz quaterniônica descrita pelo ensemble circular simplético. Neste caso, o bilhar preserva simetria de reversão temporal, contudo, devido a um forte acoplamento spin-órbita a simetria de rotação de spin é quebrada, veja Tabela 1.1. Sendo assim utilizaremos os resultados apresentados na seção 2.3 para desenvolver os cálculos.

Bilhar conectado a dois terminais

Partimos da fórmula de Landauer-Büttiker, equação (2.19). Tomamos a média da condutância para o caso de dois terminais

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \mathbf{Tr}(C_1 S C_2 S^\dagger). \quad (2.37)$$

Como a matriz S é descrita pelo ensemble circular simplético a média desta equação é dada pela equação (2.14). Desta forma obtemos que

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2 - 1/2}. \quad (2.38)$$

Da mesma forma, a variância da condutância é dada pela equação (2.15), o que nos leva a obter que

$$\text{var}[G_{12}] = G_0^2 \times \frac{4N_1 N_2 (2N_1 - 1)(2N_2 - 1)}{(N_1 + N_2)(2N_1 + 2N_2 - 1)^2(2N_1 + 2N_2 - 3)}. \quad (2.39)$$

No caso de terminais simétricos, ou seja, $N_1 = N_2 = N$, e tomando o limite semiclássico, $N > 1$, a média da condutância se simplifica para

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \left[\frac{N}{2} + \frac{1}{8} \right]. \quad (2.40)$$

O fator $1/8$ é conhecido como anti-localização fraca e surge do efeito de retroespalhamento coerente causada pela conservação da simetria de reversão temporal e pela quebra de simetria de rotação de spin devido ao forte acoplamento spin-órbita. Por outro lado, a

variância fica independente de N no limite semiclássico atingindo um valor universal dado por

$$\text{var}[G_{12}] = G_0^2 \times \frac{1}{36}. \quad (2.41)$$

Tomando a raiz quadrada da variância temos desvio padrão da condutância dado por

$$\text{rms}[G_{12}] = G_0 \times \sqrt{\frac{1}{36}} \approx G_0 \times 0,18, \quad (2.42)$$

conhecido como flutuação universal da condutância para o ensemble circular simplectico.

Bilhar conectado a quatro terminais

Seguindo os mesmos passos adotados na seção referente ao bilhar conectado a dois terminais, podemos obter a média da condutância quando o bilhar está conectado a quatro terminais. No caso do ensemble circular ortogonal a média da condutância é dada pela equação (2.14). Desta forma obtemos que

$$\langle G_{12} \rangle = G_0 \times \frac{N_1 N_2}{N_T - 1/2}. \quad (2.43)$$

A covariância entre as condutâncias G_{12} e G_{34} é dada por

$$\text{covar}[G_{12}, G_{34}] = G_0^2 \times \frac{16N_1 N_2 N_3 N_4}{N_T(2N_T - 1)^2(2N_T - 3)}. \quad (2.44)$$

CAPÍTULO 3

EFEITO HALL DE SPIN EM UM BILHAR MESOSCÓPICO CAÓTICO

Neste capítulo revisitaremos o efeito Hall de spin em um bilhar mesoscópico caótico conectado a quatro terminais. O efeito Hall de spin é caracterizado pela conversão de uma corrente de carga longitudinal em uma corrente pura de spin transversal devido a um forte acoplamento spin-órbita presente em certos materiais. Materiais com fraco acoplamento spin-órbita não apresentam o efeito Hall de spin. Este problema foi estudado a partir do formalismo de Landauer-Büttiker tanto do ponto de vista numérico, via modelo tight-binding [65], quanto via teoria de matrizes aleatórias, através do método diagramático [50]. Em ambos os trabalhos, foi mostrado que para o ensemble circular simplético as flutuações universais da corrente de spin têm um valor universal de 0,18. Por outro lado, para o ensemble circular ortogonal as flutuações são nulas pois materiais com fraco acoplamento spin-órbita não apresentam o efeito Hall de spin.

3.1 Efeito Hall de Spin via formalismo de Landauer-Büttiker

Analisaremos um dispositivo mesoscópico composto por um bilhar caótico conectado a quatro terminais. O bilhar tem forte acoplamento spin-órbita e está ilustrado na figura 3.1. Desejamos calcular a corrente pura de spin transversal, que flui entre os terminais 3 e 4, gerada a partir de uma corrente de carga longitudinal, que flui entre os terminais 1 e 2 devido há uma diferença de potencial fixa V entre os terminais.

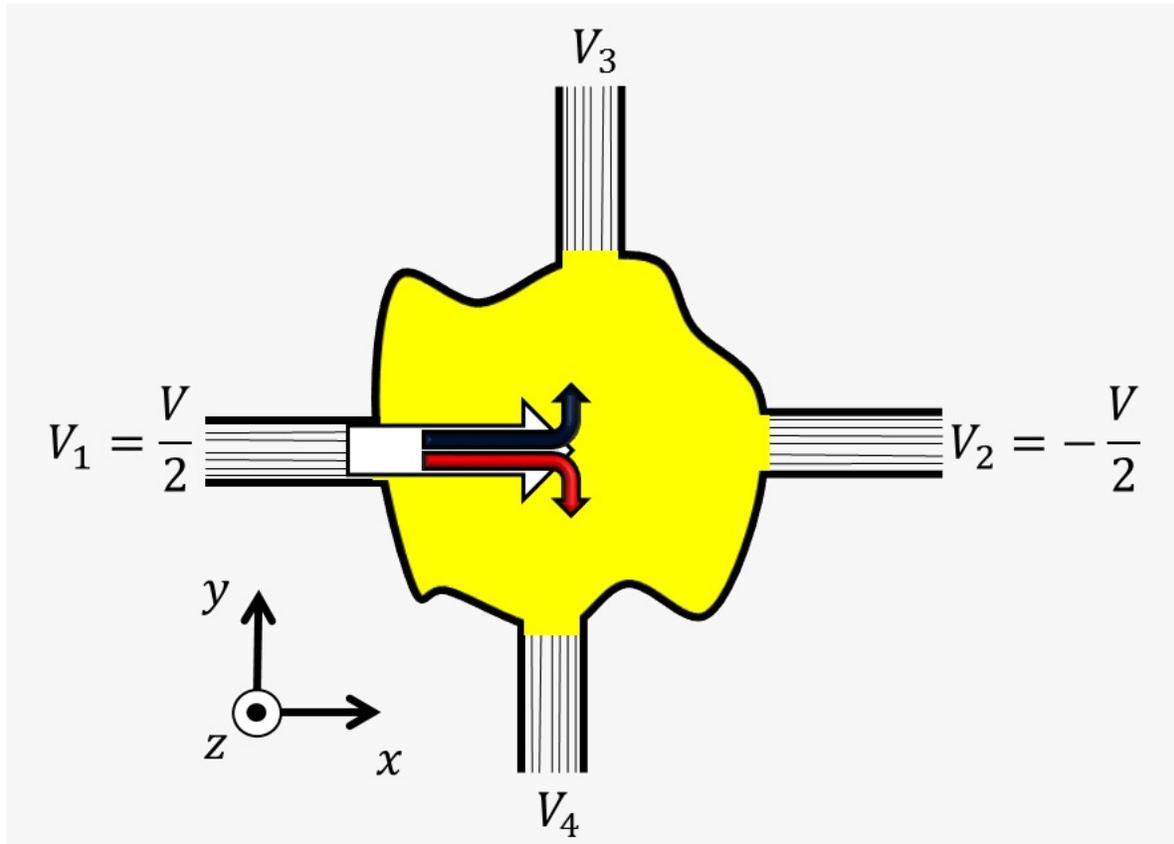


Figura 3.1: Bilhar mesoscópico caótico conectado a quatro terminais e com um forte acoplamento spin-órbita (região amarelada) capaz de produzir uma corrente pura de spin transversal a partir de uma corrente de carga longitudinal. A seta branca maior representa a corrente pura de carga, a seta azul curvada para cima representa as cargas com spin up sendo desviados para cima e a seta vermelha curvada para baixo representa cargas com spin down sendo desviados para baixo.

A equação de Landauer-Büttiker para a corrente [50, 66] que flui através do i -ésimo terminal, levando em consideração o grau de liberdade de spin, é dado por

$$I_i^\alpha = \frac{e^2}{h} \sum_j \tau_{ij}^\alpha (V_i - V_j), \quad (3.1)$$

onde V_i e V_j são os potenciais efetivos dos terminais i e j . O coeficiente de transmissão τ_{ij}^α é obtido dos blocos de transmissão e reflexão da matriz de espalhamento S , dada por

$$\tau_{ij}^\alpha = \mathbf{Tr}(S_{ij}^\dagger \sigma^\alpha S_{ij}), S = \begin{bmatrix} r_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & r_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & r_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & r_{44} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

A matriz σ^0 é um matriz identidade, enquanto σ^α é uma das matriz de Pauli com polarização nas direções $\alpha = \{x, y, z\}$. Quando temos o valor de $\alpha = 0$, estamos nos referindo somente a corrente de carga, por outro lado, quando $\alpha = \{x, y, z\}$ estamos nos referindo somente a corrente pura de spin. A partir da equação (3.1), podemos escrever a corrente de carga e de spin em cada terminal conectado ao bilhar

$$I_1^\alpha = \frac{e^2}{h} [\tau_{12}^\alpha (V_1 - V_2) + \tau_{13}^\alpha (V_1 - V_3) + \tau_{14}^\alpha (V_1 - V_4)] \quad (3.3)$$

$$I_2^\alpha = \frac{e^2}{h} [\tau_{21}^\alpha (V_2 - V_1) + \tau_{23}^\alpha (V_2 - V_3) + \tau_{24}^\alpha (V_2 - V_4)] \quad (3.4)$$

$$I_3^\alpha = \frac{e^2}{h} [\tau_{31}^\alpha (V_3 - V_1) + \tau_{32}^\alpha (V_3 - V_2) + \tau_{34}^\alpha (V_3 - V_4)] \quad (3.5)$$

$$I_4^\alpha = \frac{e^2}{h} [\tau_{41}^\alpha (V_4 - V_1) + \tau_{42}^\alpha (V_4 - V_2) + \tau_{43}^\alpha (V_4 - V_3)] \quad (3.6)$$

Como estamos interessados na corrente pura de spin transversal que flui entre os terminais 3 e 4, ajustaremos seus potenciais para que não exista a passagem de corrente de carga entre eles, ou seja,

$$I_3^0 = I_4^0 = 0.$$

Pelo princípio da conservação da carga, dizemos que toda corrente de carga que sai do terminal 1 é a mesma corrente de carga que chega no terminal 2, portanto

$$I = I_1^0 = -I_2^0.$$

Subtraindo as equações 3.3 e 3.4 e escrevendo o valor dos seus potenciais de acordo com a figura 3.1, ou seja, $V_1 = V/2$ e $V_2 = -V/2$, temos que a corrente de carga longitudinal é dada por

$$2I = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (\tau_{12}^0 + \tau_{13}^0 + \tau_{14}^0 + \tau_{21}^0 + \tau_{23}^0 + \tau_{24}^0 + \tau_{12}^0 + \tau_{21}^0) + V_3 (\tau_{23}^0 - \tau_{13}^0) + V_4 (\tau_{24}^0 - \tau_{14}^0) \right]. \quad (3.7)$$

Utilizando a conservação da probabilidade de transmissão

$$\sum_{j=1}^4 \tau_{ij}^\alpha = 2N_i \delta_{\alpha 0},$$

na equação (3.7), podemos reescrever a corrente de carga longitudinal como

$$2I = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (2N_1 - \tau_{11}^0 + 2N_2 - \tau_{22}^0 + \tau_{21}^0 + \tau_{12}^0) + V_3 (\tau_{23}^0 - \tau_{13}^0) + V_4 (\tau_{24}^0 - \tau_{14}^0) \right]. \quad (3.8)$$

Como as correntes de cargas nos terminais 3 e 4 são nulas, calculamos as correntes de spin transversais ($\alpha \neq 0$) a partir das equações (3.5) e (3.6), levando em consideração a conservação da probabilidade de transmissão. Desta forma obtendo que

$$I_3^\alpha = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (\tau_{32}^\alpha - \tau_{31}^\alpha) - V_3 (\tau_{33}^\alpha) - V_4 (\tau_{34}^\alpha) \right], \quad (3.9)$$

$$I_4^\alpha = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (\tau_{42}^\alpha - \tau_{41}^\alpha) - V_3 (\tau_{43}^\alpha) - V_4 (\tau_{44}^\alpha) \right], \quad (3.10)$$

válidas somente para $\alpha = \{x, y, z\}$. Iremos agora dividir as expressões (3.8), (3.9) e (3.10) por V , a fim de normalizar os potenciais e mudar a nomenclatura dos potenciais dos guia 3 e 4, por $\bar{V}_3 = \frac{V_3}{V}$ e $\bar{V}_4 = \frac{V_4}{V}$. Também introduzimos a definição de densidade de corrente adimensional referente ao i -ésimo terminal dada por

$$J_i^\alpha = \frac{h}{e^2} \frac{I_i^\alpha}{V}. \quad (3.11)$$

Substituindo a expressão da densidade (3.11) nas equações (3.8), (3.9) e (3.10), ficaremos com

$$2J = \frac{1}{2}(2N_1\delta_{\alpha 0} - \tau_{11}^0 + 2N_2\delta_{\alpha 0} - \tau_{22}^0 + \tau_{21}^0 + \tau_{12}^0) + \bar{V}_3(\tau_{23}^0 - \tau_{13}^0) + \bar{V}_4(\tau_{24}^0 - \tau_{14}^0), \quad (3.12)$$

$$J_3^\alpha = \frac{1}{2}(\tau_{32}^\alpha - \tau_{31}^\alpha) - \bar{V}_3(\tau_{33}^\alpha) - \bar{V}_4(\tau_{34}^\alpha), \quad (3.13)$$

$$J_4^\alpha = \frac{1}{2}(\tau_{42}^\alpha - \tau_{41}^\alpha) - \bar{V}_3(\tau_{43}^\alpha) - \bar{V}_4(\tau_{44}^\alpha). \quad (3.14)$$

A equação (3.12) fornece a densidade de corrente de carga longitudinal enquanto as equações (3.13) e (3.14) fornecem as densidades de correntes de spin transversais através do bilhar mesoscópico.

Devemos ajustar os potenciais \bar{V}_3 e \bar{V}_4 para que não haja passagem de corrente de carga entre os terminais 3 e 4 (somente corrente de spin). Isso implica que suas correntes de cargas sejam nulas ($\alpha = 0$), logo

$$J_3^0 = J_4^0 = 0.$$

Tomando essa condição nas equações (3.13) e (3.14) temos que

$$0 = \frac{1}{2}(\tau_{32}^0 - \tau_{31}^0) + \bar{V}_3(2N_3\delta_{\alpha 0} - \tau_{33}^0) - \bar{V}_4(\tau_{34}^0) \quad (3.15)$$

e

$$0 = \frac{1}{2}(\tau_{42}^0 - \tau_{41}^0) - \bar{V}_3(\tau_{43}^0) + \bar{V}_4(2N_4\delta_{\alpha 0} - \tau_{44}^0). \quad (3.16)$$

Das equações (3.15) e (3.16) podemos encontrar equações para \bar{V}_3 e \bar{V}_4 . Após a reorganização algébrica das equações obtemos que

$$\bar{V}_3 = \frac{1}{2} \frac{\tau_{34}^0(\tau_{42}^0 - \tau_{41}^0) + (\tau_{32}^0 - \tau_{31}^0)(2N_4 - \tau_{44}^0)}{(\tau_{43}^0\tau_{34}^0) - (2N_3 - \tau_{33}^0)(2N_4 - \tau_{44}^0)} \quad (3.17)$$

e

$$\bar{V}_4 = \frac{1}{2} \frac{\tau_{43}^0(\tau_{32}^0 - \tau_{31}^0) + (\tau_{42}^0 - \tau_{41}^0)(2N_3 - \tau_{33}^0)}{(\tau_{43}^0\tau_{34}^0) - (2N_3 - \tau_{33}^0)(2N_4 - \tau_{44}^0)}. \quad (3.18)$$

3.2 Efeito Hall de spin via teoria de matrizes aleatórias: ensemble circular simplético ($\beta = 4$)

Nesta seção estudaremos o efeito Hall de spin via teoria de matrizes aleatórias, mais especificamente usaremos o ensemble circular simplético que descreve sistemas que preserva a simetria de reversão temporal e apresenta um forte acoplamento spin-órbita, como mostrado na Tabela 1.1. Como já foi comentado, o efeito Hall de spin é um efeito que ocorre em materiais com forte interação spin-órbita, desta forma o ensemble circular ortogonal não se aplica a este problema, pois este somente se explica a materiais com fraco acoplamento spin-órbita. O ensemble circular unitário também não é recomendado à este problema, pois este melhor se encaixa à sistemas submetidos a um campo magnético perpendicular externo, o qual levaria ao efeito Hall clássico, destruindo o efeito Hall de spin.

Como vimos, o coeficiente de transmissão conforme a equação (3.2) é dado por

$$\tau_{ij}^{\alpha} = \mathbf{Tr}(S_{ij}^{\dagger} \sigma^{\alpha} S_{ij}) \quad (3.19)$$

onde σ^{α} é a matriz de Pauli com índice α assumindo valores de $0, x, y$ ou z que são as direções no qual o spin pode estar orientado :

$$\sigma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \sigma^x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \sigma^y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}; \sigma^z = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Podemos reescrever a equação (3.19) em termos das matrizes projeções C_i e C_j e da matriz de espalhamento S como

$$\tau_{ij}^{\alpha} = \mathbf{Tr}(C_i^{\alpha} S C_j^0 S^{\dagger}), \quad (3.21)$$

onde o operador de projeção C_i^α é dado por

$$\begin{aligned}
C_1^\alpha &= \begin{bmatrix} 1_{N_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \sigma^\alpha; & C_2^\alpha &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1_{N_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \sigma^\alpha; \\
C_3^\alpha &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1_{N_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \sigma^\alpha; & C_4^\alpha &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1_{N_4} \end{bmatrix} \otimes \sigma^\alpha;
\end{aligned} \tag{3.22}$$

que satisfaz a seguinte relação $\mathbf{Tr}(C_i^\alpha C_j^\beta) = 2N_i \delta_{ij} \times \delta_{\alpha\beta}$. Usando a equação (2.14), podemos calcular a média da probabilidade de transmissão, conforme a equação (3.21) de uma carga que sai do terminal j não polarizado ($\alpha = 0$), ir para um terminal i com polarização α . Desta forma, obtemos que

$$\langle \tau_{ij}^\alpha \rangle = \delta_{\alpha 0} \left(\frac{4N_i N_j - 2N_i \delta_{ij}}{2N_T - 1} \right), \tag{3.23}$$

lembrando que N_T é a soma do número total de canais abertos em todos os terminais, $N_T = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$. Para o segundo momento da média, temos que

$$\langle \tau_{ij}^\alpha \tau_{kl}^\beta \rangle = \langle \mathbf{Tr}(C_i^\alpha S C_j^0 S^\dagger) \mathbf{Tr}(C_k^\beta S C_l^0 S^\dagger) \rangle. \tag{3.24}$$

e a covariância é dada por

$$\text{covar}[\tau_{ij}^\alpha, \tau_{kl}^\beta] = \langle \tau_{ij}^\alpha \tau_{kl}^\beta \rangle - \langle \tau_{ij}^\alpha \rangle \langle \tau_{kl}^\beta \rangle. \tag{3.25}$$

Usando a equação (2.14) obtemos que

$$\begin{aligned}
\text{covar}[\tau_{ij}^\alpha, \tau_{kl}^\beta] &= \frac{4\delta_{\alpha\beta}}{N_T(2N_T - 1)^2(2N_T - 3)} \left\{ N_i N_j (N_T - 1)(2N_T - 1)(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \delta_{\alpha 0}) \right. \\
&+ \delta_{\alpha 0} (N_i N_k \delta_{ij} \delta_{kl} - 2N_i N_k N_l \delta_{ij} - 2N_i N_j N_k \delta_{kl} + 4N_i N_j N_k N_l) \\
&- N_i N_T (2N_T - 1) \delta_{ijkl} + (2N_T - 1) [N_i N_l \delta_{ijk} + N_i N_k \delta_{ijl} \delta_{\alpha 0} + N_i N_j (\delta_{ikl} + \delta_{jkl} \delta_{\alpha 0}) \\
&\left. - N_i N_j N_l (\delta_{ik} + \delta_{jk} \delta_{\alpha 0}) - N_i N_j N_k \delta_{\alpha 0} (\delta_{il} + \delta_{jl}) \right\}.
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Estes cálculos só foram possível, graças as técnicas do capítulo 2 dessa dissertação, mais especificamente na seção (2.3), onde foi necessário calcular 24 diagramas.

3.2.1 Média do potencial nos terminais transversais

Calcularemos a média da voltagem dos terminais transversais 3 e 4 a partir das equações (3.17) e (3.18). Tomando a média dessas equações, encontramos os seguintes resultados

$$\langle \bar{V}_3 \rangle = \frac{1}{2} \frac{\text{covar}[\tau_{34}^0 \tau_{42}^0] - \text{covar}[\tau_{34}^0 \tau_{41}^0] + 2N_4 \langle \tau_{32}^0 \rangle - \text{covar}[\tau_{32}^0 \tau_{44}^0] - 2N_4 \langle \tau_{31}^0 \rangle + \text{covar}[\tau_{31}^0 \tau_{44}^0]}{\text{covar}[\tau_{43}^0 \tau_{34}^0] - 4N_3 N_4 + 2N_3 \langle \tau_{44}^0 \rangle + 2N_4 \langle \tau_{33}^0 \rangle - \text{covar}[\tau_{33}^0 \tau_{44}^0]} \quad (3.27)$$

e

$$\langle \bar{V}_4 \rangle = \frac{1}{2} \frac{\text{covar}[\tau_{43}^0 \tau_{32}^0] - \text{covar}[\tau_{43}^0 \tau_{31}^0] + 2N_3 \langle \tau_{42}^0 \rangle - \text{covar}[\tau_{42}^0 \tau_{33}^0] - 2N_3 \langle \tau_{41}^0 \rangle + \text{covar}[\tau_{41}^0 \tau_{33}^0]}{\text{covar}[\tau_{34}^0 \tau_{43}^0] - 4N_3 N_4 + 2N_4 \langle \tau_{33}^0 \rangle + 2N_3 \langle \tau_{44}^0 \rangle - \text{covar}[\tau_{44}^0 \tau_{33}^0]} \quad (3.28)$$

Para calcular as médias das tensões dos terminais 3 e 4, iremos aplicar as equações (3.23) e (3.26) nas equações (3.27) e (3.28). Desta forma, encontraremos o seguinte resultado analítico

$$\langle \bar{V}_3 \rangle = \langle \bar{V}_4 \rangle = \frac{1}{2} \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}. \quad (3.29)$$

Podemos concluir que se o número de canais abertos nos terminais 1 e 2 forem iguais, ou seja, simétricos ($N_1 = N_2$), a média da tensão nos terminais 3 e 4 é nula

$$\langle \bar{V}_3 \rangle = \langle \bar{V}_4 \rangle = 0.$$

3.2.2 Média da corrente transversal de spin

Estamos interessados na média da densidade da corrente transversal de spin entre os terminais 3 e 4, equações (3.13) e (3.14). Note que os potenciais transversais, equações (3.17) e (3.18), são independentes do grau de liberdade de spin, pois dependem apenas de τ_{ij}^0 . Sendo assim, não possuem correlação com τ_{ij}^α . Desta forma, a média da densidade de corrente de spin transversal pode ser escrita como

$$\langle J_3^\alpha \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle \tau_{32}^\alpha \rangle - \langle \tau_{31}^\alpha \rangle \right) - \left(\langle \bar{V}_3 \rangle \langle \tau_{33}^\alpha \rangle + \langle \bar{V}_4 \rangle \langle \tau_{34}^\alpha \rangle \right) \quad (3.30)$$

e

$$\langle J_4^\alpha \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle \tau_{42}^\alpha \rangle - \langle \tau_{41}^\alpha \rangle \right) - \left(\langle \bar{V}_3 \rangle \langle \tau_{43}^\alpha \rangle + \langle \bar{V}_4 \rangle \langle \tau_{44}^\alpha \rangle \right). \quad (3.31)$$

Substituindo as equações (3.23) e (3.29) nas equações (3.30) e (3.31), temos que

$$\langle J_3^\alpha \rangle = \langle J_4^\alpha \rangle = 0, \quad (3.32)$$

válido para $\alpha \neq 0$.

3.2.3 Variância da corrente transversal de spin

Embora a média da densidade de corrente de spin nos terminais transversais 3 e 4 sejam nulas, sempre existirá flutuações quânticas em torno do valor médio. Dessa maneira, queremos saber o quanto a corrente flutua em torno da média, ou seja, calcular sua dispersão.

Sabemos que a covariância é calculada como

$$\text{covar}[J_i^\alpha, J_k^\beta] = \langle J_i^\alpha J_k^\beta \rangle - \langle J_i^\alpha \rangle \langle J_k^\beta \rangle. \quad (3.33)$$

Como sabemos, a média da densidade da corrente de spin transversal é nula, equação (3.32), desta forma pode escrever que

$$\text{covar}[J_i^\alpha, J_k^\beta] = \langle J_i^\alpha J_k^\beta \rangle.$$

Então, nosso objetivo é calcular o segundo momento, que pode ser escrito como

$$\langle J_i^\alpha J_k^\beta \rangle = \left\langle \left[\frac{1}{2} (\tau_{i2}^\alpha - \tau_{i1}^\alpha) - \sum_{j=3,4} (\tau_{ij}^\alpha \bar{V}_j) \right] \times \left[\frac{1}{2} (\tau_{k2}^\beta - \tau_{k1}^\beta) - \sum_{l=3,4} (\tau_{kl}^\beta \bar{V}_l) \right] \right\rangle. \quad (3.34)$$

Aplicando as propriedades multiplicativas, encontramos que

$$\begin{aligned} \langle J_i^\alpha J_k^\beta \rangle = & \left\langle \frac{1}{4} \left((\tau_{i2}^\alpha - \tau_{i1}^\alpha) (\tau_{k2}^\beta - \tau_{k1}^\beta) \right) - \frac{1}{2} \left((\tau_{i2}^\alpha - \tau_{i1}^\alpha) \sum_{l=3,4} (\tau_{kl}^\beta \bar{V}_l) \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \left((\tau_{k2}^\beta - \tau_{k1}^\beta) \sum_{j=3,4} (\tau_{ij}^\alpha \bar{V}_j) \right) + \sum_{j,l=3,4} (\tau_{ij}^\alpha \bar{V}_j) (\tau_{kl}^\beta \bar{V}_l) \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Portanto, temos que a equação da covariância (3.33) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \text{covar}[J_i^\alpha, J_k^\beta] &= \frac{1}{4} \left(\langle \tau_{i2}^\alpha \tau_{k2}^\beta \rangle - \langle \tau_{i1}^\alpha \tau_{k2}^\beta \rangle - \langle \tau_{i2}^\alpha \tau_{k1}^\beta \rangle + \langle \tau_{i1}^\alpha \tau_{k1}^\beta \rangle \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\langle \tau_{i3}^\alpha \tau_{k1}^\beta \rangle \langle \bar{V}_3 \rangle - \langle \tau_{i3}^\alpha \tau_{k2}^\beta \rangle \langle \bar{V}_3 \rangle + \langle \tau_{i4}^\alpha \tau_{k1}^\beta \rangle \langle \bar{V}_4 \rangle - \langle \tau_{i4}^\alpha \tau_{k2}^\beta \rangle \langle \bar{V}_4 \rangle \right) \\ &+ \langle \tau_{i1}^\alpha \tau_{k3}^\beta \rangle \langle \bar{V}_3 \rangle - \langle \tau_{i2}^\alpha \tau_{k3}^\beta \rangle \langle \bar{V}_3 \rangle + \langle \tau_{i1}^\alpha \tau_{k4}^\beta \rangle \langle \bar{V}_4 \rangle - \langle \tau_{i2}^\alpha \tau_{k4}^\beta \rangle \langle \bar{V}_4 \rangle \\ &+ \langle \tau_{i4}^\alpha \tau_{k3}^\beta \rangle \langle \bar{V}_3 \rangle \langle \bar{V}_4 \rangle + \langle \tau_{i3}^\alpha \tau_{k4}^\beta \rangle \langle \bar{V}_3 \rangle \langle \bar{V}_4 \rangle + \langle \tau_{i3}^\alpha \tau_{k3}^\beta \rangle \langle \bar{V}_3 \rangle^2 + \langle \tau_{i4}^\alpha \tau_{k4}^\beta \rangle \langle \bar{V}_4 \rangle^2. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Quando $i = k$ e $\beta = \alpha$ com $\alpha \neq 0$, a covariância entre J_i^α e J_k^β se torna a variância de J_i^α ,

$$\text{covar}[J_i^\alpha, J_i^\alpha] = \text{var}[J_i^\alpha].$$

Substituindo as equações (3.26) e (3.29) na equação (3.37), obtemos o resultado para variância da densidade de corrente nos terminais 3 e 4 por

$$\text{var}[J_3^\alpha] = \frac{4(N_T - 1)N_1N_2N_3}{(N_T)(2N_T - 1)(2N_T - 3)(N_1 + N_2)}, \quad (3.37)$$

$$\text{var}[J_4^\alpha] = \frac{4(N_T - 1)N_1N_2N_4}{(N_T)(2N_T - 1)(2N_T - 3)(N_1 + N_2)}, \quad (3.38)$$

onde $N_T = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$. Vale salientar que não há passagem de corrente de spin nos terminais longitudinais. Logo, podemos escrever a variância de uma forma geral a partir de um terminal j transversal, dada por

$$\text{var}[J_j^\alpha] = \frac{4(N_T - 1)N_1N_2N_j}{(N_T)(2N_T - 1)(2N_T - 3)(N_1 + N_2)}, \quad (3.39)$$

para $j = 3, 4$ e $\alpha = x, y, z$.

Com esse resultado, podemos fazer algumas análises relevantes. A primeira análise é quando temos o mesmo número de canais abertos em cada terminal, ou seja, terminais simétricos $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = N$ e $N_T = 4N$. Ao substituir essas mudanças na equação (3.39), obteremos a equação analítica exata para o caso simétrico, dado por

$$\text{var}[J_j^\alpha] = \frac{1}{2} \frac{(4N - 1)N}{(8N - 1)(8N - 3)}. \quad (3.40)$$

Nossa segunda análise, é para o regime semiclássico ($N \gg 1$), de real interesse experimental. Tomando o limite semiclássico $N \rightarrow \infty$ na equação acima, temos

$$\text{var}[J_j^\alpha] = \frac{1}{32}, \quad (3.41)$$

que é um valor universal pois não depende de nenhum parâmetro. As amplitudes das flutuações da corrente de spin transversal é dada pelo desvio padrão como se segue

$$\mathbf{rms}[J_j^\alpha] = \sqrt{\frac{1}{32}} \approx 0,18. \quad (3.42)$$

Este é conhecido com valor universal das flutuações da corrente de spin transversal do efeito Hall de spin. Desta forma, podemos concluir que a corrente de spin possui flutuações universais com amplitudes da ordem 0,18. Este resultado foram obtidos pelas referências [65] e [50].

CAPÍTULO 4

EFEITO HALL ORBITAL EM UM BILHAR MESOSCÓPICO CAÓTICO

Neste capítulo estudaremos o efeito Hall orbital em um bilhar mesoscópico caótico conectado a quatro terminais. O efeito Hall de orbital é semelhante ao efeito Hall de spin, contudo, de vez de olharmos para o spin do elétron olharemos para o momento angular orbital. Desta forma, o efeito Hall orbital é caracterizado pela conversão de uma corrente de carga longitudinal em uma corrente pura orbital transversal devido a sistemas centrossimétricos com textura de momento espacial orbital. A principal diferença entre os dois efeitos é que o efeito Hall orbital independe da presença de um forte acoplamento spin-órbita, enquanto o efeito Hall de spin somente surge na presença de um forte acoplamento spin-órbita. Materiais com fraco acoplamento spin-órbita apresentam o efeito Hall orbital, ampliando o leque de materiais que podem ser usados em experimentos. Outro fato importante é que o efeito Hall orbital nunca tinha sido estudado a partir do formalismo de Landauer-Büttiker e nem a partir da teoria de matrizes aleatórias, através do método diagramático [50]. Neste trabalho, mostraremos que para o ensemble circular ortogonal as flutuações universais da corrente orbital têm um valor universal de 0,36, enquanto para o ensemble circular simplético as flutuações universais têm o mesmo valor que as flutuações universais da corrente de spin,

0,18.

4.1 Efeito Hall orbital via formalismo de Landauer-Büttiker

Semelhante ao efeito Hall de spin, iremos analisar o efeito Hall orbital em um dispositivo conectado a quatro terminais semi-infinitos que possui a mesma quantidade de canais abertos em cada terminal, ou seja, terminais simétricos. O bilhar mesoscópico possui grau de liberdade de momento angular orbital e de spin e cada terminal está submetidos a uma tensões V_i . O bilhar pode ou não apresenta um forte acoplamento spin-orbita. Nosso objetivo é calcular a corrente orbital transversal que flui entre os terminais 3 e 4, gerada a partir de uma corrente de carga que flui entre terminais 1 e 2 devido a uma diferença de potencial V , como ilustrado na figura 4.1.

Utilizaremos o formalismo de Landauer-Büttiker como feito no capítulo 3, mas agora iremos introduzir um grau de liberdade do momento angular orbital afim de calcular a corrente orbital que flui entre o i -ésimo terminal e j -ésimo terminal. Neste caso temos que

$$I_i^\eta = \frac{e^2}{h} \sum_j \tau_{ij}^\eta (V_i - V_j), \quad (4.1)$$

em que, τ_{ij}^η é o coeficiente de transmissão orbital que é obtido a partir dos blocos de transmissão e reflexão correspondente a matriz de espalhamento S ,

$$\tau_{ij}^\eta = Tr(S_{ij}^\dagger P^\eta S_{ij}) , S = \begin{bmatrix} r_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & r_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & r_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & r_{44} \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

A matriz projeção é definida da como

$$P^\eta = 1_N \otimes l^\eta \otimes \sigma^0,$$

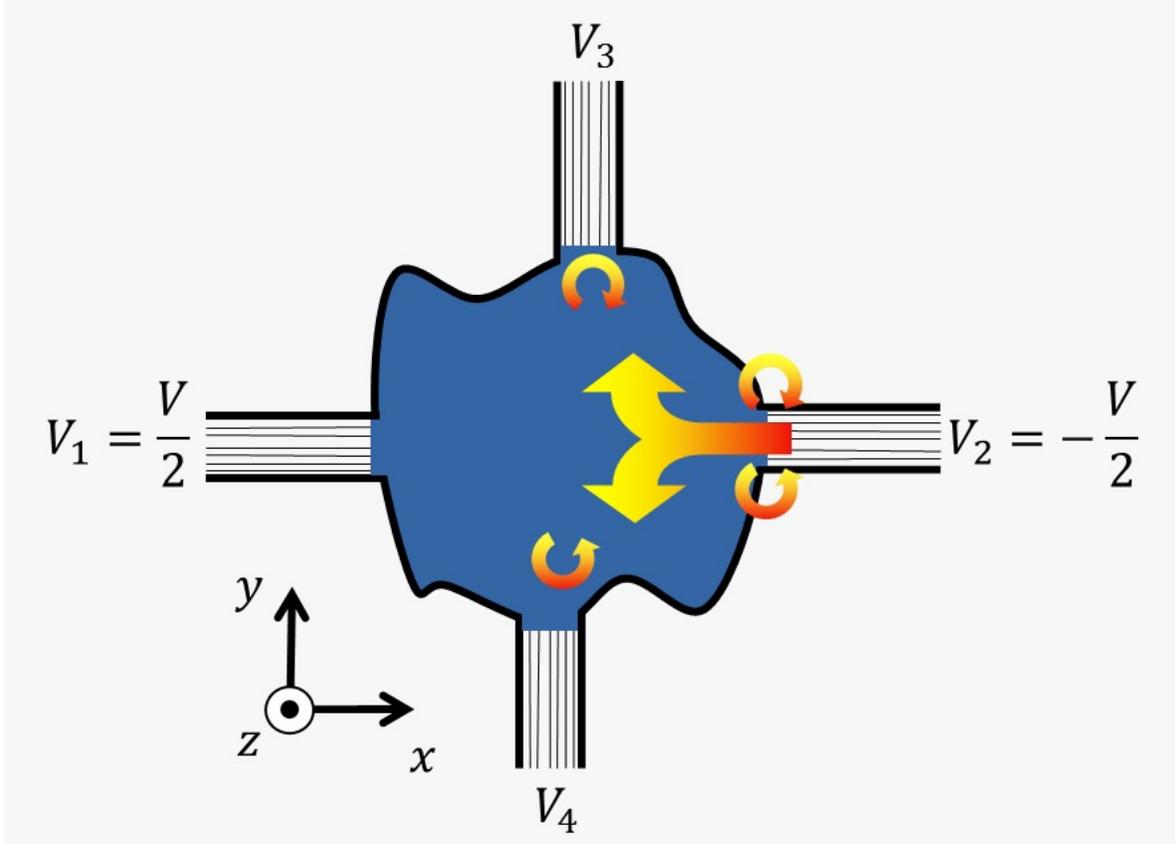


Figura 4.1: Efeito Hall orbital em um bilhar mesoscópico caótico conectado a quatro terminais semi-infinitos submetidos às tensões V_i e com uma textura (região azulada) do momento espacial orbital. Pode ou não haver a presença de um acoplamento spin-órbita.

onde 1_N é a matriz identidade de dimensão $N \times N$ e N é um número modos propagantes de ondas nos terminais. Representamos l^0 como matriz do momento angular identidade, σ^0 como matriz de Pauli identidade e por último l^η como a matriz do momento angular orbital nas direções $\eta = \{x, y \text{ ou } z\}$. Portanto, definimos a corrente de carga quando $\eta = 0$ e a corrente de momento angular orbital quando $\eta = \{x, y \text{ ou } z\}$.

Através da equação (4.1) podemos escrever a corrente de carga e de momento angular orbital em cada terminal como

$$I_1^\eta = \frac{e^2}{h} [\tau_{12}^\eta(V_1 - V_2) + \tau_{13}^\eta(V_1 - V_3) + \tau_{14}^\eta(V_1 - V_4)] \quad (4.3)$$

$$I_2^\eta = \frac{e^2}{h} [\tau_{21}^\eta(V_2 - V_1) + \tau_{23}^\eta(V_2 - V_3) + \tau_{24}^\eta(V_2 - V_4)] \quad (4.4)$$

$$I_3^\eta = \frac{e^2}{h} [\tau_{31}^\eta(V_3 - V_1) + \tau_{32}^\eta(V_3 - V_2) + \tau_{34}^\eta(V_3 - V_4)] \quad (4.5)$$

$$I_4^\eta = \frac{e^2}{h} [\tau_{41}^\eta(V_4 - V_1) + \tau_{42}^\eta(V_4 - V_2) + \tau_{43}^\eta(V_4 - V_3)]. \quad (4.6)$$

Como estamos interessados na corrente de momento angular orbital que flui entre os terminais 3 e 4, ajustaremos seus potenciais para que não exista a passagem de corrente de carga entre eles, ou seja,

$$I_3^0 = I_4^0 = 0.$$

Utilizaremos também o conceito do princípio da conservação da carga, que nos diz que toda corrente de carga que sai do terminal 1 é a mesma corrente pura de carga que entra no terminal 2, portanto

$$I = I_1^0 = -I_2^0.$$

Subtraindo as equações (4.3) e (4.4) e escrevendo o valor dos seus potenciais de acordo com a figura 4.1, obtemos que

$$2I = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (\tau_{12}^0 + \tau_{13}^0 + \tau_{14}^0 + \tau_{21}^0 + \tau_{23}^0 + \tau_{24}^0 + \tau_{12}^0 + \tau_{21}^0) + V_3(\tau_{23}^0 - \tau_{13}^0) + V_4(\tau_{24}^0 - \tau_{14}^0) \right]. \quad (4.7)$$

Utilizando o conceito da conservação da probabilidade de transmissão

$$\sum_{j=1}^4 \tau_{ij}^\eta = 2N\delta_{\eta 0},$$

podemos substituir na equação (4.7) e em seguida nas equações (4.5) e (4.6). Desta forma, podemos reescrever a equação (4.7) da seguinte forma

$$2I = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (4N - \tau_{11}^0 - \tau_{22}^0 + \tau_{21}^0 + \tau_{12}^0) + V_3(\tau_{23}^0 - \tau_{13}^0) + V_4(\tau_{24}^0 - \tau_{14}^0) \right]. \quad (4.8)$$

Por outro lado, nos terminais 3 e 4 só flui corrente orbital transversal ($\eta \neq 0$), a qual pode ser calculada das equações (4.5) e (4.6) como

$$I_3^\eta = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (\tau_{32}^\eta - \tau_{31}^\eta) - V_3(\tau_{33}^\eta) - V_4(\tau_{34}^\eta) \right] \quad (4.9)$$

$$I_4^\eta = \frac{e^2}{h} \left[\frac{V}{2} (\tau_{42}^\eta - \tau_{41}^\eta) - V_3(\tau_{43}^\eta) - V_4(\tau_{44}^\eta) \right] \quad (4.10)$$

Como feito no capítulo 3, iremos normalizar os potenciais dos terminais 3 e 4 por V ,

$$\tilde{V}_3 = \frac{V_3}{V}$$

e

$$\tilde{V}_4 = \frac{V_4}{V}.$$

Também iremos introduzir a definição de densidade de corrente orbital como

$$J_i^\eta = \frac{\hbar}{e^2} \frac{I_i^\eta}{V}. \quad (4.11)$$

Substituindo as equações (4.8), (4.9) e (4.10) na equação (4.11) teremos as densidades da correntes de carga ($\eta = 0$) e corrente orbital ($\eta \neq 0$) presentes no bilhar mesoscópico

$$2J = \frac{1}{2}(2N_1\delta_{\eta 0} - \tau_{11}^0 + 2N_2\delta_{\eta 0} - \tau_{22}^0 + \tau_{21}^0 + \tau_{12}^0) + \tilde{V}_3(\tau_{23}^0 - \tau_{13}^0) + \tilde{V}_4(\tau_{24}^0 - \tau_{14}^0); \quad (4.12)$$

$$J_3^\eta = \frac{1}{2}(\tau_{32}^\eta - \tau_{31}^\eta) - \tilde{V}_3(\tau_{33}^\eta) - \tilde{V}_4(\tau_{34}^\eta); \quad (4.13)$$

$$J_4^\eta = \frac{1}{2}(\tau_{42}^\eta - \tau_{41}^\eta) - \tilde{V}_3(\tau_{43}^\eta) - \tilde{V}_4(\tau_{44}^\eta). \quad (4.14)$$

Ajustamos os potenciais \tilde{V}_3 e \tilde{V}_4 para não haver passagem de corrente de carga que flua pelos terminais 3 e 4. Isso implica que suas correntes de cargas sejam nulas ($\eta = 0$), ou seja,

$$J_3^0 = J_4^0 = 0.$$

Logo, ao aplicar esta condição as equações (4.13) e (4.14) temos

$$0 = \frac{1}{2}(\tau_{32}^0 - \tau_{31}^0) + \tilde{V}_3(2N_3 - \tau_{33}^0) - \tilde{V}_4(\tau_{34}^0) \quad (4.15)$$

e

$$0 = \frac{1}{2}(\tau_{42}^0 - \tau_{41}^0) - \tilde{V}_3(\tau_{43}^0) + \tilde{V}_4(2N_4 - \tau_{44}^0). \quad (4.16)$$

Como no capítulo 3, encontramos que os potenciais nos terminais 3 e 4 são dados por

$$\tilde{V}_3 = \frac{1}{2} \frac{\tau_{34}^0(\tau_{42}^0 - \tau_{41}^0) + (\tau_{32}^0 - \tau_{31}^0)(2N_4 - \tau_{44}^0)}{(\tau_{43}^0\tau_{34}^0) - (2N_3 - \tau_{33}^0)(2N_4 - \tau_{44}^0)}, \quad (4.17)$$

$$\tilde{V}_4 = \frac{1}{2} \frac{\tau_{43}^0(\tau_{32}^0 - \tau_{31}^0) + (\tau_{42}^0 - \tau_{41}^0)(2N_3 - \tau_{33}^0)}{(\tau_{43}^0\tau_{34}^0) - (2N_3 - \tau_{33}^0)(2N_4 - \tau_{44}^0)}. \quad (4.18)$$

4.2 Efeito Hall de spin via teoria de matrizes aleatórias: ensemble circular ortogonal ($\beta = 1$)

Nesta seção estudaremos o efeito Hall orbital quando a matriz espalhamento que descreve o transporte através do bilhar é descrita pelo ensemble circular ortogonal. Isso significa que a simetria de reversão temporal é preservada e que não há presença de um acoplamento spin-órbita. Nosso intuito é calcular a média e a covariância do coeficiente de transmissão orbital, com o objetivo encontrar o valor exato das tensões transversais e as densidades de correntes orbitais transversais. Como feito no capítulo 3, podemos reescrever o coeficiente de transmissão orbital, equação (4.2), como

$$\tau_{ij}^\eta = \mathbf{Tr}(C_i^\eta S C_j^0 S^\dagger), \quad (4.19)$$

onde o operador de projeção C_i^η é dado por

$$C_1^\eta = \begin{bmatrix} 1_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes l^\eta \otimes \sigma^0, \quad C_2^\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes l^\eta \otimes \sigma^0,$$

$$C_3^\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes l^\eta \otimes \sigma^0 \text{ e } C_4^\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1_N \end{bmatrix} \otimes l^\eta \otimes \sigma^0. \quad (4.20)$$

Sendo

$$\sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad l^0 = l_i^2 \text{ (com } i = x, y \text{ ou } z) \quad (4.21)$$

e

$$l_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{bmatrix}, \quad l_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \quad l_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Desta forma, temos que o $\mathbf{Tr}(C_i^\eta C_j^0) = 4N \times \delta_{\eta 0}$.

Agora podemos aplicar o método diagramática apresentado no capítulo 2, aplicando na equação (4.19) para calcular a média da probabilidade de transmissão do i -ésimo terminal para o j -ésimo terminal com polarização orbital η . Aplicando a equação (2.10) na equação (4.19), obtemos que

$$\langle \tau_{ij}^\eta \rangle = \delta_{\eta 0} \frac{(4N^2 + 2N\delta_{ij})}{8N + 1}. \quad (4.23)$$

O segundo momento pode ser calculado usando a equação (2.12), para o qual obtemos que

$$\begin{aligned} \langle \tau_{ij}^\eta \tau_{kl}^\mu \rangle &= \frac{1}{N(8N + 1)(8N + 3)} \left\{ (2 + 8N)\delta_{\eta 0}\delta_{\mu 0} [2N^4 + N^3(\delta_{kl} + \delta_{ij})] \right. \\ &\quad + (1 + 4N) [N^2(\delta_{\eta 0}\delta_{\mu 0}(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \delta_{ik}\delta_{jl}\delta_{\eta\mu}) + N\delta_{iljk}\delta_{\eta\mu}\delta_{\eta 0}] \\ &\quad - N^3 [\delta_{\eta 0}\delta_{\mu 0}(\delta_{jk} + \delta_{jl} + \delta_{il}) + \delta_{ik}\delta_{\eta\mu}] - N\delta_{ilkj}\delta_{\eta\mu}\delta_{\eta 0} \\ &\quad \left. - N^2\delta_{\eta 0} [\delta_{\mu 0}(\delta_{jlk} + \delta_{ilj}) + \frac{1}{2}\delta_{\eta\mu}(\delta_{ikj} + \delta_{ilk} + \delta_{ikl} + \delta_{ijkl})] \right\}. \quad (4.24) \end{aligned}$$

4.2.1 Média dos potenciais nos terminais transversais

Obteremos o valor exato da média da voltagem dos terminais 3 e 4. Utilizando o mesmo método para o efeito Hall de spin, partirmos das equações (4.17) e (4.18) e tomando suas médias. Para obter o valor das tensões médias para o ensemble circular ortogonal, faremos uso das equações (4.23) e (4.24). Neste caso, encontramos que a tensão é

$$\langle \tilde{V}_3 \rangle = \langle \tilde{V}_4 \rangle = 0. \quad (4.25)$$

Ou seja, a tensão é sempre nula para o caso de terminais simétricos, similar ao efeito Hall de spin.

4.2.2 Média da corrente transversal orbital

Nosso objetivo é encontrar as flutuações universais da corrente orbital para o ensemble circular ortogonal. Calcularemos a média da densidade de corrente orbital polarizada $\eta \neq 0$, mostradas nas equações (4.13) e (4.14). Neste caso temos

$$\langle J_3^\eta \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle \tau_{32}^\eta \rangle - \langle \tau_{31}^\eta \rangle \right) - \left(\langle \tilde{V}_3 \rangle \langle \tau_{33}^\eta \rangle + \langle \tilde{V}_4 \rangle \langle \tau_{34}^\eta \rangle \right); \quad (4.26)$$

e

$$\langle J_4^\eta \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle \tau_{42}^\eta \rangle - \langle \tau_{41}^\eta \rangle \right) - \left(\langle \tilde{V}_3 \rangle \langle \tau_{43}^\eta \rangle + \langle \tilde{V}_4 \rangle \langle \tau_{44}^\eta \rangle \right). \quad (4.27)$$

Substituindo a equação (4.23) nas equações acima, encontramos que a média da densidade de corrente orbital é

$$\langle J_3^\eta \rangle = \langle J_4^\eta \rangle = 0. \quad (4.28)$$

Mesmo resultado encontrado para o efeito Hall de spin.

4.2.3 Variância da corrente transversal orbital

Mesmo que a média da densidade de corrente orbital seja nula, existirá flutuações quânticas em torno da média. Desse modo, estamos interessados em calcular a dispersão da densidade corrente orbital, dada pela equação (3.33). Calculamos o segundo momento da média da mesma maneira da equação (3.35). Para o caso do ensemble circular ortogonal, podemos encontrar a equação analítica da variância para o caso em que todos os terminais têm o mesmo número de canais abertos usando a equação (4.24). Logo temos que

$$\text{var}[J^\eta] = \frac{2N(1+4N)}{(8N+1)(8N+3)}. \quad (4.29)$$

O regime de interesse é o regime semiclássico, onde o número de canais abertos nos terminais é grande, $N \gg 1$. Logo para o limite em que $N \rightarrow \infty$, temos que

$$\text{var}[J^\eta] = \frac{1}{8}. \quad (4.30)$$

Desta forma o desvio padrão da corrente orbital para o caso do ensemble circular ortogonal é

$$\mathbf{rms}[J^n] = \sqrt{\frac{1}{8}} \approx 0,36. \quad (4.31)$$

Desta forma é possível avaliar que o efeito Hall orbital também apresenta flutuações universais da corrente orbital transversal para o sistema na ausência de acoplamento spin-órbita. Neste caso as flutuações apresentam amplitudes em torno de 0,36 em contra ponto ao resultado do efeito Hall de spin que para este caso tem amplitude nula.

4.3 Efeito Hall orbital via teoria de matrizes aleatórias: ensemble circular simplético ($\beta = 4$)

Nesta seção estudaremos o efeito Hall orbital quando a matriz espalhamento que descreve o transporte através do bilhar é descrita pelo ensemble circular simplético. Isso significa que a simetria de reversão temporal é preservada e que há a presença de um forte acoplamento spin-órbita. Nosso intuito é calcular a média e a covariância do coeficiente de transmissão orbital, com o objetivo de poder achar os valores exatos das tensões transversais e as densidades de correntes orbitais transversais. No caso do ensemble circular simplético o coeficiente de transmissão orbital é dado pela equação (4.19).

Podemos aplicar o método diagramática apresentado no capítulo 2 na equação (4.19) e calcular média da probabilidade de transmissão do i -ésimo terminal para o j -ésimo terminal com polarização orbital η . Aplicando a equação (2.14) na equação (4.19), obtemos que

$$\langle \tau_{ij}^\eta \rangle = \delta_{\eta 0} \frac{(4N\delta_{ij} - 16N^2)}{1 - 16N}. \quad (4.32)$$

O segundo momento pode ser calculado usando a equação (2.15), para o qual obtemos que

$$\begin{aligned} \langle \tau_{ij}^\eta \tau_{kl}^\mu \rangle = & \frac{1}{N(-16N + 1)(-16N + 3)} \left\{ (2 - 16N) [\delta_{\eta 0} \delta_{\mu 0} (-16N^4 - 4N^3(\delta_{kl} + \delta_{ij}) - N^2(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{il}\delta_{jk})) \right. \\ & - N^2\delta_{ik}\delta_{jl}\delta_{\eta\mu}] + 4N^3 [\delta_{\eta 0} \delta_{\mu 0} (\delta_{jk} + \delta_{jl} + \delta_{il}) + \delta_{ik}\delta_{\eta\mu}] + N\delta_{\eta\mu}\delta_{\eta 0} [\delta_{ilkj} - (1 - 8N)\delta_{iljk}] \\ & \left. + N^2\delta_{\eta 0} [2\delta_{\mu 0} (\delta_{jlk} + \delta_{ilj}) + \delta_{\eta\mu} (\delta_{ikj} + \delta_{ilk} + \delta_{ikl} + \delta_{ijkl})] \right\}. \quad (4.33) \end{aligned}$$

4.3.1 Média do potencial nos terminais transversais

Obteremos o valor exato da média da voltagem dos terminais 3 e 4. Utilizaremos o mesmo método para o caso do ensemble circular ortogonal, partirmos das equações (4.17) e (4.18) e tomando suas médias. Para obter o valor das tensões médias para o ensemble circular símpletico, faremos uso das equações (4.32) e (4.33). Neste caso, encontramos que a tensão é

$$\langle \tilde{V}_3 \rangle = \langle \tilde{V}_4 \rangle = 0. \quad (4.34)$$

Ou seja, a tensão é sempre nula para o caso de terminais simétricos, similar ao efeito Hall de spin.

4.3.2 Média da corrente transversal orbital

Nosso objetivo é encontrar as flutuações universais da corrente orbital para o ensemble circular símpletico. Calcularemos a média da densidade de corrente orbital polarizada $\eta \neq 0$, mostradas nas equações (4.13) e (4.14). Neste caso temos

$$\langle J_3^\eta \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle \tau_{32}^\eta \rangle - \langle \tau_{31}^\eta \rangle \right) - \left(\langle \tilde{V}_3 \rangle \langle \tau_{33}^\eta \rangle + \langle \tilde{V}_4 \rangle \langle \tau_{34}^\eta \rangle \right); \quad (4.35)$$

e

$$\langle J_4^\eta \rangle = \frac{1}{2} \left(\langle \tau_{42}^\eta \rangle - \langle \tau_{41}^\eta \rangle \right) - \left(\langle \tilde{V}_3 \rangle \langle \tau_{43}^\eta \rangle + \langle \tilde{V}_4 \rangle \langle \tau_{44}^\eta \rangle \right). \quad (4.36)$$

Substituindo a equação (4.32) nas equações acima, encontramos que a média da densidade de corrente orbital é

$$\langle J_3^\eta \rangle = \langle J_4^\eta \rangle = 0. \quad (4.37)$$

Mesmo resultado encontrado para o efeito Hall de spin.

4.3.3 Variância da corrente orbital transversal

Mesmo que a média da densidade de corrente orbital seja nula, existirá flutuações quânticas em torno da média. Desse modo, estamos interessados em calcular a dispersão da

densidade corrente orbital, dada pela equação (3.33). Calculamos o segundo momento da média da mesma maneira da equação (3.35). Para o caso do ensemble circular simplético, podemos encontrar a equação analítica da variância para o caso em que todos os terminais têm o mesmo número de canais abertos usando a equação (4.33). Logo temos que

$$\text{var}[J^\eta] = \frac{N(8N - 1)}{(16N - 1)(16N - 3)}. \quad (4.38)$$

O regime de interesse é o regime semiclassico, onde o número de canais abertos nos terminais é grande, $N \gg 1$. Logo para o limite em que $N \rightarrow \infty$, temos que

$$\text{var}[J^\eta] = \frac{1}{32}. \quad (4.39)$$

Desta forma o desvio padrão da corrente orbital para o caso do ensemble circular ortogonal é

$$\mathbf{rms}[J^\eta] = \sqrt{\frac{1}{32}} \approx 0,18. \quad (4.40)$$

Desta forma é possível avaliar que o efeito Hall orbital também apresenta flutuações universais da corrente orbital transversal para o sistema na presença de um forte acoplamento spin-órbita. Neste caso as flutuações apresentam amplitudes em torno de 0,18, iguais ao do efeito Hall de spin que possui amplitude de 0,18.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Nesta dissertação, estudamos o efeito Hall orbital em um bilhar mesoscópico caótico na presença e na ausência do acoplamento spin-órbita usando o formalismo de Landauer-Büttiker. Para isso foi usando a teoria de matrizes aleatórias, mais especificamente o método diagramático apresentado no capítulo 2. Mostramos que a corrente orbital transversal apresenta flutuações universais e que a amplitude das flutuações depende das simetrias do sistema.

Mais especificamente, mostramos que para o ensemble circular ortogonal a amplitude das flutuações universais da corrente orbital é da ordem de 0,36, enquanto que para o efeito Hall de spin a amplitude é nula dado que este efeito não surge na ausência do acoplamento spin-órbita. Por outro lado, para o ensemble circular símpletico a amplitude das flutuações universais da corrente orbital diminui de um fator de 2, ou seja, é da ordem de 0,18, que é o mesmo valor da amplitude das flutuações da corrente de spin do efeito Hall de spin.

A partir desses resultados, podemos concluir que o efeito Hall orbital é mais fundamental do que o efeito Hall de spin, porque ele independe da presença do acoplamento spin-órbita. Além disso, na presença do acoplamento spin-órbita, nossos resultados indicam que o efeito

Hall orbital e o efeito Hall de spin podem ocorrer simultaneamente.

Como perspectivas para novos trabalhos pretendemos estudar o efeito Hall orbital inverso bem como o efeito Nernst de spin e orbital.

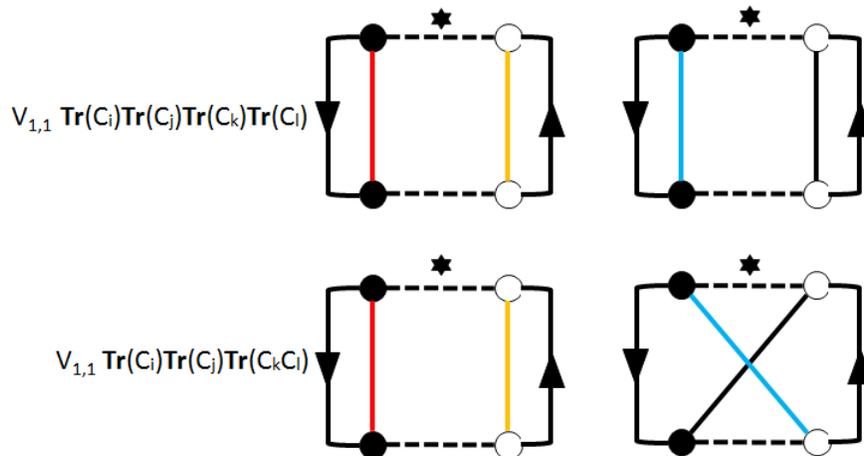
..

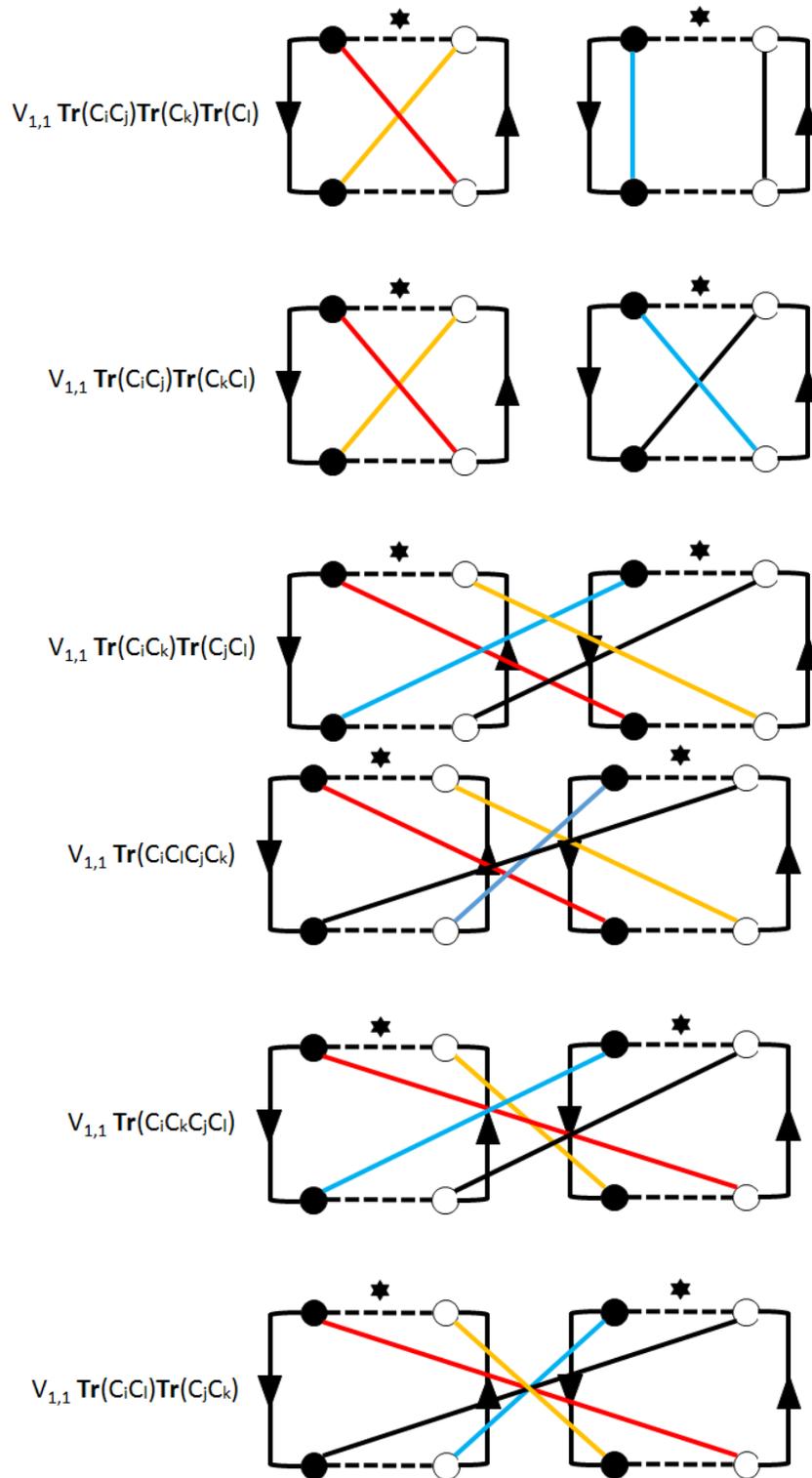
APÊNDICE A

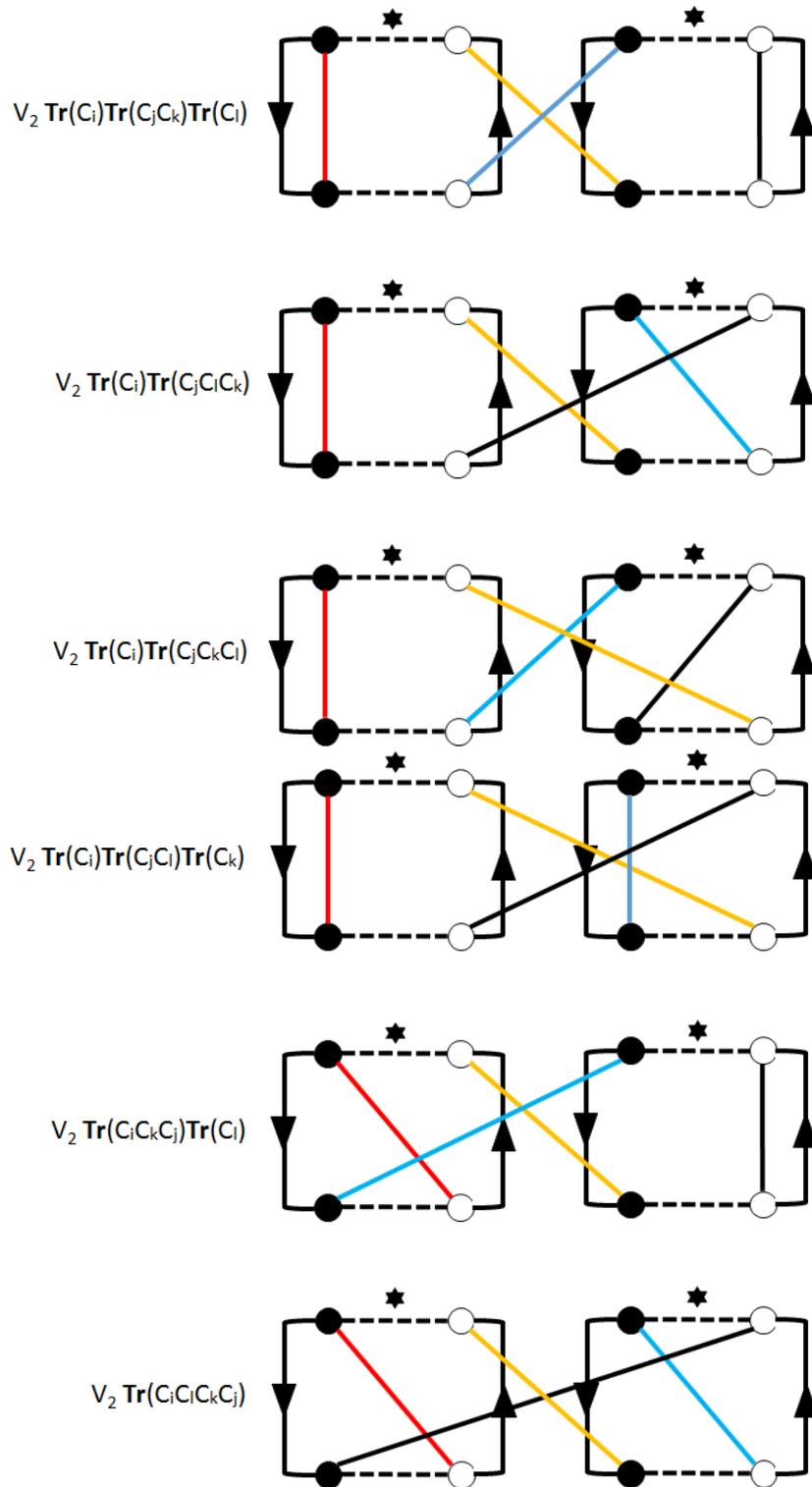
REPRESENTAÇÃO DIAGRAMÁTICA DO SEGUNDO MOMENTO

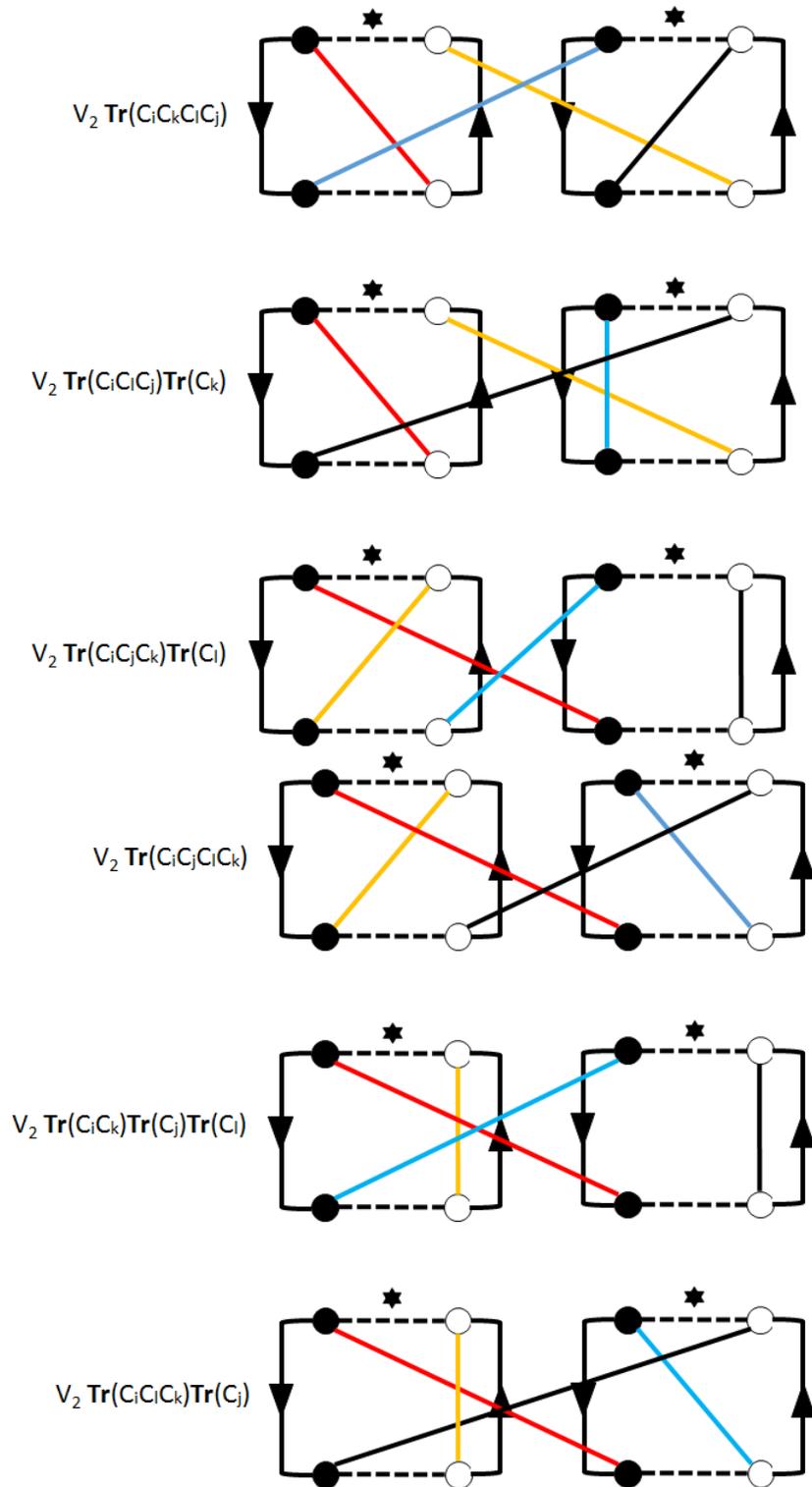
Ao utilizar as regras propostas no capítulo 2 desse trabalho, na utilização do método diagramático, foi possível construir todos os 24 diagramas para o cálculo da média do segundo momento da condutância nas equações (2.12) e (2.15).

As figuras mostrarão os diagramas para o grupo ortogonal, de acordo com suas permutações possíveis em cada diagrama desenhado com seu respectivo peso e pode ser facilmente aproveitado para o grupo simplético, em que só basta seguir suas regras descritas.









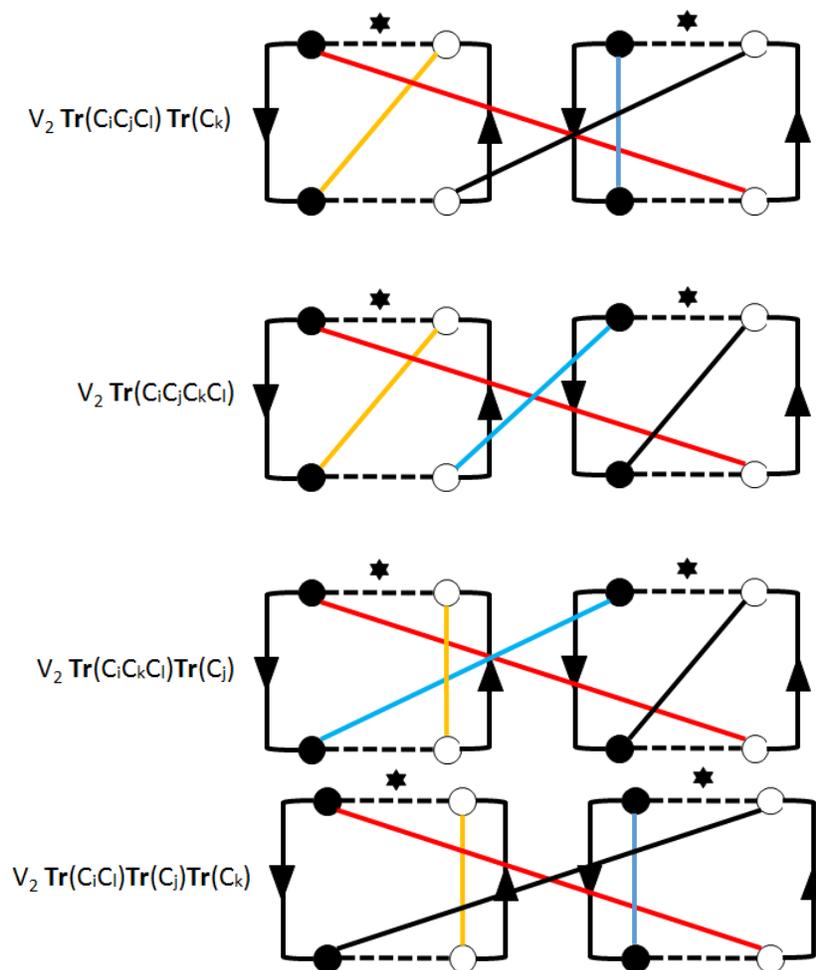


Figura A.1: Representação diagramática dos 24 diagramas para a média do segundo momento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] LIMA, A. A. et al. Influência da desclinação no efeito hall quântico inteiro. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Campina Grande, página 6, figura 2.2, 2013. X, 2
- [2] JACQUOD, P. et al. Onsager relations in coupled electric, thermoelectric, and spin transport: The tenfold way. *Physical Review B*, APS, v. 86, n. 15, p. 155118, 2012. XIII, 8, 9
- [3] HALL, E. H. et al. On a new action of the magnet on electric currents. *American Journal of Mathematics*, v. 2, n. 3, p. 287–292, 1879. 1
- [4] JUNIOR, J. L. P. Efeito hall extraordinário no supercondutor magnético r_{xy}/r_{xx} vs ω_c/ω_{ci} . Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Instituto de Física, 2007. 2
- [5] LUZ, M. S. d. *Efeito Hall em supercondutores a campo magnético nulo*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo. 2
- [6] POPOVIC, R. S. *Effect Devices (Institute of Physics, Bristol, UK, ed. 2)*. [S.l.]: CRC Press, 2003. 2
- [7] KAJIKAWA, Y. Deconvolution of temperature dependence of conductivity, its reduced activation energy, and hall-effect data for analysing impurity conduction in n-znse. *Philosophical Magazine*, Taylor & Francis, v. 100, n. 15, p. 2018–2039, 2020. 2

- [8] MCIVER, J. W. et al. Light-induced anomalous hall effect in graphene. *Nature physics*, Nature Publishing Group UK London, v. 16, n. 1, p. 38–41, 2020. 2
- [9] SINOVA, J. et al. Spin hall effects. *Reviews of modern physics*, APS, v. 87, n. 4, p. 1213, 2015. 3
- [10] HIRSCH, J. Spin hall effect. *Physical review letters*, APS, v. 83, n. 9, p. 1834, 1999. 3
- [11] KATO, Y. K. et al. Observation of the spin hall effect in semiconductors. *science*, American Association for the Advancement of Science, v. 306, n. 5703, p. 1910–1913, 2004. 3, 6
- [12] WUNDERLICH, J. et al. Experimental observation of the spin-hall effect in a two-dimensional spin-orbit coupled semiconductor system. *Physical review letters*, APS, v. 94, n. 4, p. 047204, 2005. 3, 6
- [13] NIKOLIĆ, B. K.; ZÂRBO, L. P.; SOUMA, S. Mesoscopic spin hall effect in multiprobe ballistic spin-orbit-coupled semiconductor bridges. *Physical Review B*, APS, v. 72, n. 7, p. 075361, 2005. 3
- [14] AVSAR, A. et al. Colloquium: Spintronics in graphene and other two-dimensional materials. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 92, n. 2, p. 021003, 2020. 3
- [15] SAGASTA, E. et al. Tuning the spin hall effect of pt from the moderately dirty to the superclean regime. *Physical Review B*, APS, v. 94, n. 6, p. 060412, 2016. 3
- [16] PAI, C.-F. et al. Spin transfer torque devices utilizing the giant spin hall effect of tungsten. *Applied Physics Letters*, American Institute of Physics, v. 101, n. 12, p. 122404, 2012. 3
- [17] BALAKRISHNAN, J. et al. Colossal enhancement of spin-orbit coupling in weakly hydrogenated graphene. *Nature Physics*, Nature Publishing Group UK London, v. 9, n. 5, p. 284–287, 2013. 3

- [18] BALAKRISHNAN, J. et al. Giant spin hall effect in graphene grown by chemical vapour deposition. *Nature communications*, Nature Publishing Group UK London, v. 5, n. 1, p. 4748, 2014. 3
- [19] DAY, C. Quantum spin hall effect shows up in a quantum well insulator, just as predicted. *Physics Today*, v. 61, n. 1, p. 19, 2008. 4
- [20] HELLMAN, F. et al. Interface-induced phenomena in magnetism. *Reviews of modern physics*, APS, v. 89, n. 2, p. 025006, 2017. 5
- [21] BERNEVIG, B. A.; HUGHES, T. L.; ZHANG, S.-C. Orbitronics: The intrinsic orbital current in p-doped silicon. *Physical review letters*, APS, v. 95, n. 6, p. 066601, 2005. 5
- [22] GO, D. et al. Intrinsic spin and orbital hall effects from orbital texture. *Physical Review Letters*, APS, v. 121, n. 8, p. 086602, 2018. 5
- [23] TANAKA, T. et al. Intrinsic spin hall effect and orbital hall effect in 4 d and 5 d transition metals. *Physical Review B*, APS, v. 77, n. 16, p. 165117, 2008. 5
- [24] PHONG, V. T. et al. Optically controlled orbitronics on a triangular lattice. *Physical Review Letters*, APS, v. 123, n. 23, p. 236403, 2019. 5
- [25] JO, D.; GO, D.; LEE, H.-W. Gigantic intrinsic orbital hall effects in weakly spin-orbit coupled metals. *Physical Review B*, APS, v. 98, n. 21, p. 214405, 2018. 5
- [26] SALEMI, L.; BERRITTA, M.; OPPENEER, P. M. Quantitative comparison of electrically induced spin and orbital polarizations in heavy-metal/3 d-metal bilayers. *Physical Review Materials*, APS, v. 5, n. 7, p. 074407, 2021. 5
- [27] CANONICO, L. M. et al. Orbital hall insulating phase in transition metal dichalcogenide monolayers. *Physical Review B*, APS, v. 101, n. 16, p. 161409, 2020. 5
- [28] CANONICO, L. M. et al. Two-dimensional orbital hall insulators. *Physical Review B*, APS, v. 101, n. 7, p. 075429, 2020. 5
- [29] BHOWAL, S.; SATPATHY, S. Intrinsic orbital and spin hall effects in monolayer transition metal dichalcogenides. *Physical Review B*, APS, v. 102, n. 3, p. 035409, 2020. 5

- [30] CYSNE, T. P. et al. Disentangling orbital and valley hall effects in bilayers of transition metal dichalcogenides. *Physical review letters*, APS, v. 126, n. 5, p. 056601, 2021. 5
- [31] SAHU, P.; BHOWAL, S.; SATPATHY, S. Effect of the inversion symmetry breaking on the orbital hall effect: A model study. *Physical Review B*, APS, v. 103, n. 8, p. 085113, 2021. 5
- [32] BHOWAL, S.; VIGNALE, G. Orbital hall effect as an alternative to valley hall effect in gapped graphene. *Physical Review B*, APS, v. 103, n. 19, p. 195309, 2021. 5
- [33] GO, D.; LEE, H.-W. Orbital torque: Torque generation by orbital current injection. *Physical review research*, APS, v. 2, n. 1, p. 013177, 2020. 5
- [34] DING, S. et al. Observation of the orbital rashba-edelstein magnetoresistance. *Physical review letters*, APS, v. 128, n. 6, p. 067201, 2022. 5
- [35] LIAO, L. et al. Efficient orbital torque in polycrystalline ferromagnetic-metal/ru/al 2 o 3 stacks: Theory and experiment. *Physical Review B*, APS, v. 105, n. 10, p. 104434, 2022. 5
- [36] DING, S. et al. Harnessing orbital-to-spin conversion of interfacial orbital currents for efficient spin-orbit torques. *Physical review letters*, APS, v. 125, n. 17, p. 177201, 2020. 5
- [37] HAN, S.; LEE, H.-W.; KIM, K.-W. Orbital dynamics in centrosymmetric systems. *Physical Review Letters*, APS, v. 128, n. 17, p. 176601, 2022. 5
- [38] LEE, S. et al. Efficient conversion of orbital hall current to spin current for spin-orbit torque switching. *Communications Physics*, Nature Publishing Group UK London, v. 4, n. 1, p. 234, 2021. 5
- [39] CHOI, Y.-G. et al. *Observation of the orbital Hall effect in a light metal Ti*. Nature, 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s41586-023-06101-9>>. 5, 6
- [40] HAYASHI, H. et al. Observation of long-range orbital transport and giant orbital torque. *Communications Physics*, Springer Science and Business Media LLC, v. 6, n. 1, feb 2023. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/s42005-023-01139-7>>. 5, 6

- [41] BOSE, A. et al. Detection of long-range orbital-hall torques. *arXiv preprint arXiv:2210.02283*, 2022. 5
- [42] SANTOS, E. et al. Inverse orbital torque via spin-orbital entangled states. *arXiv preprint arXiv:2204.01825*, 2022. 5
- [43] BAEK, I.; LEE, H.-W. Negative intrinsic orbital hall effect in group xiv materials. *Physical Review B*, APS, v. 104, n. 24, p. 245204, 2021. 5
- [44] GO, D. et al. Orbitronics: Orbital currents in solids. *Europhysics Letters*, IOP Publishing, v. 135, n. 3, p. 37001, 2021. 5
- [45] KIM, J.; OTANI, Y. Orbital angular momentum for spintronics. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Elsevier, v. 563, p. 169974, 2022. 5
- [46] HAYASHI, H. et al. Observation of long-range orbital transport and giant orbital torque. *Communications Physics*, Nature Publishing Group UK London, v. 6, n. 1, p. 32, 2023. 6
- [47] WASHBURN, S.; WEBB, R. A. Aharonov-bohm effect in normal metal quantum coherence and transport. *Advances in Physics*, Taylor & Francis, v. 35, n. 4, p. 375–422, 1986. 6
- [48] BEENAKKER, C. W. Random-matrix theory of quantum transport. *Reviews of modern physics*, APS, v. 69, n. 3, p. 731, 1997. 6, 7
- [49] REN, W. et al. Universal spin-hall conductance fluctuations in two dimensions. *Physical review letters*, APS, v. 97, n. 6, p. 066603, 2006. 7
- [50] BARDARSON, J.; ADAGIDELI, I.; JACQUOD, P. Mesoscopic spin hall effect. *Physical review letters*, APS, v. 98, n. 19, p. 196601, 2007. 7, 27, 29, 37, 38
- [51] SAITOH, E. et al. Conversion of spin current into charge current at room temperature: Inverse spin-hall effect. *Applied physics letters*, American Institute of Physics, v. 88, n. 18, p. 182509, 2006. 7

- [52] AZEVEDO, A. et al. dc effect in ferromagnetic resonance: Evidence of the spin-pumping effect? *Journal of applied physics*, American Institute of Physics, v. 97, n. 10, p. 10C715, 2005. 7
- [53] MENDES, J. et al. Spin-current to charge-current conversion and magnetoresistance in a hybrid structure of graphene and yttrium iron garnet. *Physical review letters*, APS, v. 115, n. 22, p. 226601, 2015. 7
- [54] RAMOS, J.; VASCONCELOS, T.; BARBOSA, A. Spin-to-charge conversion in 2d electron gas and single-layer graphene devices. *Journal of Applied Physics*, AIP Publishing LLC, v. 123, n. 3, p. 034304, 2018. 7
- [55] SANTANA, F. et al. Spin hall angle fluctuations in a device with disorder. *Physical Review B*, APS, v. 102, n. 4, p. 041107, 2020. 7
- [56] SILVA, J. M. da et al. Spin hall angle in single-layer graphene. *Journal of Applied Physics*, AIP Publishing LLC, v. 132, n. 18, p. 183901, 2022. 7
- [57] SHAMIS, M. Density of states for gue, goe, and interpolating ensembles through supersymmetric approach. *arXiv preprint arXiv:1307.3698*, 2013. 8
- [58] WIGNER, E. *n*Characteristic vectors of bordered matrices with infinite dimensions, *o The Annal of Mathematics*, vol. 62, no. 3, pp. 548p564. [S.l.]: November, 1955. 8
- [59] DYSON, F. J. Statistical theory of the energy levels of complex systems. i. *Journal of Mathematical Physics*, American Institute of Physics, v. 3, n. 1, p. 140–156, 1962. 8
- [60] SHURYAK, E. V.; VERBAARSCHOT, J. Random matrix theory and spectral sum rules for the dirac operator in qcd. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 560, n. 1, p. 306–320, 1993. 8
- [61] VERBAARSCHOT, J. Spectrum of the qcd dirac operator and chiral random matrix theory. *Physical Review Letters*, APS, v. 72, n. 16, p. 2531, 1994. 8

- [62] ALTLAND, A.; ZIRNBAUER, M. R. Nonstandard symmetry classes in mesoscopic normal-superconducting hybrid structures. *Physical Review B*, APS, v. 55, n. 2, p. 1142, 1997. 8
- [63] BROUWER, P.; BEENAKKER, C. Diagrammatic method of integration over the unitary group, with applications to quantum transport in mesoscopic systems. *Journal of Mathematical Physics*, American Institute of Physics, v. 37, n. 10, p. 4904–4934, 1996. 11, 15, 19, 21
- [64] BARBOSA, A. Luiz da Rocha e. Estatística de contagem de carga e efeitos de interferência em sistemas mesoscópicos. Universidade Federal de Pernambuco, 2009. 12, 21
- [65] REN, W. et al. Universal spin-hall conductance fluctuations in two dimensions. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 97, p. 066603, Aug 2006. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.066603>>. 27, 37
- [66] BÜTTIKER, M. Four-terminal phase-coherent conductance. *Physical review letters*, APS, v. 57, n. 14, p. 1761, 1986. 29