



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada

Skyrmion como estrutura localizada para confinamento da luz em
cristais líquidos nemáticos.

Thafarelly Bismarck da Silva Melo

Dissertação de Mestrado

Recife - PE

12 de novembro de 2017

Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Departamento de Física

Thafarely Bismarck da Silva Melo

**Skyrmion como estrutura localizada para confinamento da luz em
cristais líquidos nemáticos.**

Trabalho apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada do Departamento de Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física Aplicada.

Orientador: Dr. Fernando Jorge Sampaio Moraes

**Recife - PE
12 de novembro de 2017**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

M528s Melo, Thafarely Bismarck da Silva
Skyrmion como estrutura localizada para confinamento da luz em
cristais líquidos nemáticos / Thafarely Bismarck da Silva Melo. –
2017.

71 f.: il.

Orientador: Fernando Jorge Sampaio Moraes.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de
Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada,
Recife, BR-PE, 2017.

Inclui referências e apêndice(s).

1. Cristais líquidos 2. Nemáticos 3. Skyrmions 4. Confinamento
da luz I. Moraes, Fernando Jorge Sampaio, orient. II. Título

CDD 621

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA

**Skyrmion como estrutura localizada para confinamento da luz em cristais
líquidos nemáticos.**

Thafarely Bismarck da Silva Melo

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Física, defendida e aprovada por unanimidade em 01/09/2017 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Fernando Jorge Sampaio Moraes
DF - UFRPE

Banca Examinadora:

Dr. Weliton Soares Martins
UACSA - UFRPE

Dr. Erms Rodrigues Pereira
DF - UFRPE

Dr. Caio Veloso Sátiro
UAG - UFRPE

Dedico esta, bem como todas as minhas demais conquistas, a minha mãe.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus por ter proporcionado grandes momentos de aprendizado, durante o curso, e por ter me dado forças para continuar em meio a momentos difíceis. Quero agradecer aos meus familiares pelo apoio e força em especial a minha mãe que sempre me apoiou em meus sonhos, me deu forças para continuar e sempre me orientou para continuar sempre estudando e nunca deixar se abalar mesmo em momentos atribulados.

Quero agradecer ao meu grande amigo, conselheiro e orientador Caio Veloso que mesmo diante dos seus afazeres cotidianos, se propôs a me orientar neste trabalho, onde através de encontros semanais para debatermos sobre o tema, me auxiliou em vários momentos deste trabalho e em muitos outros que serviram como aprendizado para a vida, os quais foram inumeráveis, enfim este parágrafo é muito pouco para tamanha gratidão.

Agradeço aos meus amigos que acompanharam minha luta de perto, em especial a Brenda Natália que sempre foi uma boa ouvinte em várias situações.

Agradeço aos professores Antonio Romaguera pela sua disponibilidade em ser meu orientador inicial e em diversos momentos explicando alguns elementos peculiares ao programa de pós-graduação, ao professor Fernando Moraes pela sua paciência e disponibilidade em me orientar definitivamente. Agradeço a coordenação desta pós-graduação pelo amparo e disponibilidade quando se fez necessário e por último a CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar um estudo sobre a possibilidade de confinamento da luz em cristais líquidos nemáticos (CLN), orientados por estruturas localizadas conhecidas como Skyrmions, cujo modelo teórico foi proposto originalmente por Tony Skyrme com o objetivo de modelar núcleos atômicos por meio de sólitons topológicos. Os cristais líquidos são materiais anisotrópicos cujo formato geral de suas moléculas permite que funcionem como um meio orientável sob certas condições. Devido à esta anisotropia de forma, a grande maioria das propriedades físicas dos CLN's são anisotrópicas, e tirando proveito disso diversos modelos visando o controle das trajetórias da luz em CLN's foram propostos ao longo dos anos, como por exemplo, guias, efeito de autofocalização, lentes e entre outros que exploram a anisotropia óptica. Em trabalhos recentes foi evidenciada a promessa do uso dos skyrmions em física da matéria condensada, mais precisamente em materiais como os cristais líquidos nemáticos. Com base na ideia da existência dos skyrmions em CLN's procuramos confinar a luz, por meio desta estrutura localizada, levando em conta elementos físicos como a temperatura e o comprimento de onda da luz. Consequentemente podemos comprovar o confinamento da luz por meio da estrutura localizada, observando elementos físico como a temperatura e comprimento de onda da luz.

Palavras-chave: Cristais líquidos; Nemáticos; Skyrmions; Confinamento; Luz.

Abstract

This work aims to present a study about the possibility of confinement of the light in nematic liquid crystals (NLC), oriented by localized structure known as Skyrmions, whose theoretical model was originally proposed by Tony Skyrme with objective of modeling atomic nuclei by through of topologic solitons. The liquid crystal are anisotropic materials whose general shape of the molecules allows them to function as an orientable medium under certain conditions. Due to the form anisotropy , the vast majority of physics properties of the NLC,s are anisotropy, and taking advantage of several models aimed at controlling the trajectories of the light in NLC's were proposed over the years, as for example, guides, autofocalization effect, lens and among others that explore the optic anisotropy. Recent works have demonstrated the promise of using of Skyrmions in condensed matter physics has been evidence, more precisely in materials such as nematic liquid crystals. Based on the idea of the existence of the Skyrmions in NLC's we try to confine the light, through this localized structure, taking into account physical elements like the temperature and the wavelength of the light. Consequently we can prove the confinement of light by means of the localized stricture, observing physical elements such as the temperature and wavelength of ligh.

Keywords: Liquid crystals; Nematic; Skyrmions; Confinement; light.

Sumário

1	Introdução	1
2	Cristais Líquidos	5
2.1	História	5
2.2	Definição	8
2.3	Tipos	9
2.4	Fases	10
2.4.1	Nemática	10
2.4.2	Outras Fases	12
2.5	Ordem Molecular	14
2.5.1	Parâmetro de ordem molecular microscópico	15
2.5.2	Parâmetro de ordem molecular macroscópico	16
2.6	Elasticidade dos Cristais Líquidos	16
2.6.1	Teoria do contínuo	17
2.7	Anisotropia Óptica	19
2.7.1	Dependência dos índices de refração com a temperatura.	20
3	Skyrmions	23
3.1	O modelo do Skyrmion no plano.	26
4	Resultados e Discussões	28
4.1	Propagação da luz em nemáticos com o Skyrmion.	28

4.2	Influência da temperatura na propagação da luz no cristal líquido com Skyrmion.	36
4.3	Efeito do comprimento de onda da luz no perfil de propagação.	41
5	Conclusão e Perspectiva	45
A	Confinamento da Luz em Cristais Líquidos	48
A.1	Guias	49
A.2	Lentes e efeito de lentes	51
A.3	Autofoco e reorientação	52
	Referências Bibliográficas	59

Lista de Figuras

2.1	Otto Lehmann e Friedrich Reinitzer [1, 2]	5
2.2	Benzoato de colesterilo em seus estados liquido cristalino e líquido [3].	6
2.3	Georges Friedel e Daniel Vorlander.	6
2.4	Pierre-Gilles de Gennes e Lev Landau [4, 5].	7
2.5	Representação das moléculas no formato bastão e discótico [6].	8
2.6	Ângulo entre o diretor e o eixo maior da molécula.	9
2.7	Microfotografia polarizada de um cristal líquido nemático e representação de um cristal líquido na fase nemática [7, 8].	10
2.8	Fases uniaxial e biaxial exemplificando seu eixos ópticos [9].	11
2.9	fase colestérica.	12
2.10	fase Esmética A e C respectivamente [6].	13
2.11	Esquema apresentando a fase colunar [6].	14
2.12	A figura mostra os vetores diretor (\hat{n}) e o eixo maior da molécula (\hat{a})	15
2.13	Modelos de deformações em cristais líquidos nemáticos do tipo Splay, Twist e Bend.	18
2.14	Representação do raio incidente sobre o cristal líquido formando os raios extraordinário (raio-e) e ordinário (raios-o).	20
2.15	Índices de refração e índice de refração médio para o cristal líquido 5CB, quando os comprimentos de luz são $546nm$ (em azul), $589nm$ (verde) e $633nm$ (vermelho)	22
3.1	Tony Skyrme em 1946.	23

3.2	Estrutura do skyrmion em três dimensões do tipo Bloch e Néel.	24
4.1	Molécula atravessada por um feixe de luz cujo vetor tangente \mathbf{T} faz um ângulo β com o diretor da molécula \mathbf{n}	30
4.2	Estrutura do Skyrmions formado por linhas tracejadas que representam as moléculas presentes no nemático cuja orientação segue um padrão caracterizado por linhas que se deslocam do centro até as extremidades.	33
4.3	Trajatória da luz com ângulo de incidência de 0° , em diferentes sentidos de propagação (figura da esquerda de baixo para cima e a da direita de cima para baixo.	34
4.4	Propagação da luz com diferentes ângulos de incidência.	34
4.5	Ângulo crítico em função da anisotropia.	35
4.6	Birrefringência em função da temperatura.	37
4.7	Perfil de propagação da luz no nemático a temperatura de $208K$ ($33,43^\circ C$) e $306,58K$ ($33,43^\circ C$) respectivamente, quando a luz incide com diferentes ângulos.	38
4.8	Comparação sobre a incidência de luz em condições de temperatura ambiente ($25^\circ C$) e ($33,6^\circ C$).	39
4.9	Variação do ângulo de incidência crítico da luz em relação a temperatura para os cristais líquidos $5CB$, $5PCH$ e $MLC - 6241 - 000$	40
4.10	Diferentes comprimentos de onda para a luz: Vermelho $450nm$, verde $486nm$, azul $546nm$, preta $589nm$ e violeta $633nm$	43
4.11	Ângulo crítico em função do comprimento de onda para o cristal líquido $5CB$	44
4.12	Índices de refração em função do comprimento de onda, para o CL $5CB$ quando $T = 25,1^\circ C$, usando o modelo de Cauchy para três parâmetros	44
A.1	Propagação de uma onda no interior de um guia de ondas	50
A.2	Tipos de Lentes.	51
A.3	Auto-foco da luz.	52

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros referentes ao cristal líquido 5CB para os comprimentos de onda da luz iguais a $546nm$, $589nm$ e $633nm$ [10].	21
4.1	Parâmetros para determinação dos índices de refração em função da temperatura para o cristal líquido 5CB, para o comprimento de onda da luz $\lambda = 589nm$ [10].	36
4.2	Parâmetros para o cálculo dos índices de refração em função da temperatura conforme [10], adotando o comprimento de onda da luz igual a $0,589\mu m$. . .	40
4.3	Parâmetros para o cristal líquido 5CB para o modelo de Cauchy com três parâmetros a temperatura de $25,1^{\circ}C$	42

Capítulo 1

Introdução

Os estudos relacionados aos cristais líquidos tiveram início em 1880, quando o botânico austríaco Friedrich Reinitzer estudando a fusão do benzoato de colesterilo, um derivado do colesterol da cenoura, observou que o mesmo apresentava dois pontos de fusão [11]. Em sua busca por respostas enviou amostras ao físico alemão Otto Lehmann, o qual por meio de algumas análises concluiu se tratar de um fluido turvo que apresentava a propriedade de interagir com a luz da mesma forma que os sólidos cristalinos [12].

Os cristais líquidos (CL's) consistem em estruturas formadas por moléculas orgânicas que apresentam anisotropia, ou seja, suas propriedades físicas podem variar em função da direção. A principal diferença quanto a natureza molecular presente em um cristal líquido e um líquido, é que no líquido as moléculas não apresentam uma ordem posicional e nem orientacional, o que leva a um caráter isotrópico, ou seja, as propriedades são uniformes em qualquer direção, no caso dos cristais líquidos existe uma ordem, mais precisamente orientacional, determinada por meio de uma direção média adotada pelo conjunto de moléculas presentes no material, conhecida como diretor, podendo ter ou não ordem posicional [13]. De maneira geral os CL's se apresentam como um estado físico da matéria que combina as propriedades dos estados líquido e sólido, muitas vezes são chamados de mesófase, pois podem ser situados em um estado intermediário entre o líquido e o sólido, isso ocorre devido a existência de uma ordem molecular menor do que nos sólidos.

A organização das moléculas é muito importante no estudo das fases dos cristais

líquidos, tal característica contribui para a classificação dos CL's com base em suas fases, denominadas por nemática, colestérica e esmética. Cristais líquidos de fase nemática apresentam suas moléculas com ordem orientacional bem definida, mas ordem posicional variável, essa fase nemática ainda se divide em outras duas conhecidas como nemática uniaxial e biaxial. A fase colestérica consiste em uma fase nemática que apresenta sua configuração de tal forma que suas moléculas são retorcidas em torno de um eixo, formando uma espécie de hélice. Na fase esmética as moléculas se organizam em camadas, essa organização pode apresentar direções distintas ao longo da perpendicular as camadas, podendo existir as fases esmética A, B e C.

Os cristais líquidos ainda podem ser classificados em função das suas propriedades físicas, que contribuem para suas transições de fases, sendo assim conhecidos os termotrópicos onde sua transição de fase depende da temperatura em especial, liotrópicos em que as mudanças de estado ocorrem conforme alterações nas concentrações dos componentes e barotrópicos cuja transição de fase ocorre em função da pressão [14].

A determinação do grau de ordem molecular é um fator primordial em relação as propriedades anisotrópicas, tal que estas propriedades podem apresentar respostas distintas frente a elementos externos como campo elétrico, magnético ou cisalhamento. Para quantificar o grau de ordem molecular de um cristal líquido podem ser avaliados dois níveis de ordem molecular, conhecidos como microscópico e macroscópico. O parâmetro de ordem molecular microscópico, pode ser quantificado por meio de uma função que determina a probabilidade do eixo maior da molécula está situado entre os intervalos θ e $\theta + d\theta$ em relação ao diretor, que corresponde a direção média que as moléculas presentes no cristal líquido podem assumir, já o parâmetro de ordem molecular macroscópico pode ser encontrado associado a grandezas como índice de refração e suscetibilidade magnética, já que estes atributos se associam de maneira conveniente com propriedades moleculares.

O diretor pode sofrer alterações espaciais ocasionadas por fatores internos ou externos, tais que estas mudanças estão associadas a certa quantidade de energia. Em cristais líquidos uma maneira de determinar esta quantidade de energia é através da teoria do contínuo aplicada a cristais líquidos, onde por meio da energia livre de Frank-Oseen é possível determinar uma expressão que reúne as principais deformações existentes em um

crystal líquido.

Os Skyrmions foram propostos em 1960, por Tony Skyrme com o objetivo de explicar a estabilidade das partículas através das suas propriedades e topologias, se trata de uma estrutura localizada que apresenta textura homogênea ao longo de certo eixo [15]. Matematicamente consiste em um sóliton topológico, uma onda solitária que se apresenta como uma solução para determinadas equações de onda presentes em diversas situações da física, como por exemplo em física de partículas, de plasmas, mecânica dos fluidos, óptica e entre outros. Possuem uma estrutura rotacional, que se caracteriza por apresentar um número inteiro conhecido como carga topológica, o qual determina o sentido de rotação da sua estrutura giratória, tal que para valores negativos desta carga topológica é observada a existência do anti-skyrmion. Estas estruturas encontram aplicações em diversas áreas da física, como por exemplo nos estudos referentes a dinâmica existente em modelos magnéticos e supercondutividade.

Por meio de uma analogia com o modelo do Skyrmion para mésons e bárions, visto como estrutura localizada, se propõe estudar a existência de tais estruturas em nemáticos, pois é possível existir tal estrutura topologicamente não trivial em nemáticos em ambientes reais. Logo neste trabalho é realizado um estudo desta estrutura levando em conta seus efeitos sobre a luz, quando esta é vista como função de elementos físicos, tais como o comprimento de onda e a temperatura, já que estes parâmetros influenciam na birrefringência do material.

A determinação do Skyrmion como estrutura localizada no cristal líquido nemático, tem como ponto inicial a equação da energia livre de Frank-Oseen a qual contém as principais deformações possíveis denominadas por splay, twist e bend, onde para estas deformações são associadas algumas constantes elásticas, denominadas K_1 , K_2 e K_3 respectivamente. Logo partindo de um caso especial onde tais constantes são consideradas iguais, obtendo assim um funcional que representa a densidade de energia livre de Frank em um cristal líquido nemático com a estrutura localizada do Skyrmion. Logo por meio deste funcional, determinamos um conjunto de equações que o minimiza através do cálculo variacional, determinando assim um sistema de equações diferenciais parciais, cuja solução dada por $\theta(\rho)$ e $\psi(\phi)$ descreve a estrutura do Skyrmion no nemático.

Como o Skyrmion se trata de uma estrutura homogênea e o nosso interesse é apenas analisar a propagação de maneira vertical, pudemos planifica-lo de maneira que foi possível observar os efeitos da propagação da luz apenas no plano $\rho \times z$, de maneira que para isto seja viável considerarmos apenas a solução $\theta(\rho)$.

Partindo do princípio proposto por Fermat, o qual nos diz que a luz tenderá a percorrer o menor caminho óptico entre dois pontos A e B e que por outro lado, da geometria de Riemann $\int ds$ é o menor comprimento de um ponto A até B , podemos concluir que o caminho médio realizado pela luz pode ser representado por $\int ds$, o que nos conduz a elaborar um modelo baseado na geometria de Riemann. Com esta ideia podemos determinar um outro sistema de equações acoplado, que descreve a trajetória da luz em um nemático, tal que de posse deste sistema e do Skyrmion no plano, conseguimos modelar o caminho médio percorrido por um raio de luz que se propaga em um cristal líquido nemático com a estrutura localizada do Skyrmion.

Com estes perfis de propagação analisamos algumas variáveis, a primeira delas diz respeito ao ângulo de incidência da luz, onde efetuamos algumas observações que comprovam o confinamento da luz quando o ângulo é igual a 0° , 6° , 11° e 17° , no entanto se observa algumas alterações na amplitude de propagação da luz confinada, comprovando que quanto maior o ângulo de incidência mais a luz tenderá a escapar da estrutura. Determinamos o ângulo crítico, que corresponde ao ângulo onde a luz tenderá escapar da estrutura em função da birrefringência.

Observamos a influência da temperatura no processo de propagação da luz, pois sabendo que esta variável pode interferir na birrefringência do cristal líquido, esta interferência atinge principalmente a propagação da luz. Desta análise concluímos que quanto maior a temperatura maior a amplitude de propagação, isto é em temperatura próximas a transição de fase a luz quase se propaga em linha reta, enquanto que em temperaturas onde o cristal líquido é observado, a luz se apresentará de maneira confinada.

Analisamos ainda o comportamento da luz em função do comprimento de onda, quando variamos o ângulo crítico de incidência, onde podemos concluir que quanto maior o comprimento de onda da luz, menor o ângulo crítico.

Capítulo 2

Cristais Líquidos

2.1 História

Em 1888 o bioquímico austríaco Friedrich Reinitzer assistente do professor Weiss no Instituto de Fisiologia Vegetal na Universidade Alemã de Praga, estudando a fusão do benzoato de colesterilo (um derivado do colesterol da cenoura) com o objetivo de determinar se este composto químico estava associado ao caroteno existente na cenoura [12], obser-



Figura 2.1: Otto Lehmann e Friedrich Reinitzer [1, 2]

vou que esta substância apresentava dois pontos de fusão, o primeiro a $145,5^{\circ}\text{C}$, quando a substância se transformava em um fluido turvo, e o segundo em torno de $178,5^{\circ}\text{C}$, quando

se transformava em um líquido transparente como mostrado na figura 2.2.

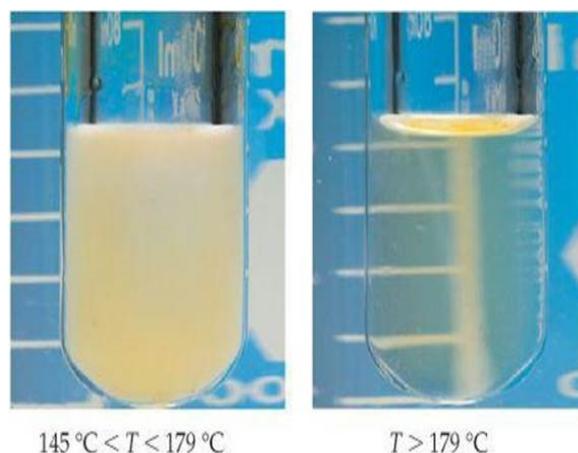


Figura 2.2: Benzoato de colesterilo em seus estados liquido cristalino e líquido [3].

Na tentativa de entender a ocorrência destes dois pontos de fusão, Reinitzer enviou amostras a Otto Lehmann, físico alemão de Karlsruhe, que se interessava pelo processo de cristalização das substâncias. Após algumas análises Lehmann concluiu que o fluido turvo tinha a propriedade de interagir com a luz tanto como os cristais quanto como os líquidos [16], tal propriedade até então inconsistente com as teorias existentes, precisou ser estudada e em 25 de outubro de 1889 Lehmann publicou seus resultados. A partir daí Lehmann passou a se dedicar a pesquisa dos cristais líquidos durante 30 anos, desenvolvendo instrumentos específicos como o microscópio de cristalização, dotado de um sistema de aquecimento, permitindo grande avanço em suas pesquisas [17].

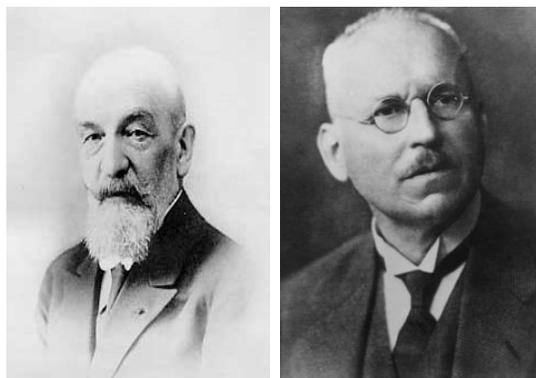


Figura 2.3: Georges Friedel e Daniel Vorlander.

Em seguida coube ao químico alemão Daniel Vorlander identificar as carac-

terísticas moleculares com maior precisão. Já no ano de 1922 Georges Friedel publicou um artigo intitulado *The Mesomorphic States of Matter*, onde usa o termo *mesomorphic* para designar o estado observado por Lehmann. Em seu trabalho Friedel descreveu e nomeou as principais fases existentes como, nemática, esmética e colestérica e explicou a razão das moléculas apresentarem variações em suas orientações [18].

No ano de 1968 o físico francês Pierre-Gilles de Gennes simplifica a descrição do contínuo, através da explicação da forte dispersão da luz e grande parte do comportamento dinâmico presente em nemáticos [4]. Com base na teoria apresentada pelo outro físico soviético Lev Davidovic Landau sobre transições de fases de segunda ordem, Gennes descreve as transições de fases em CL's, a chamada teoria do contínuo de Landau-De Gennes, que lhe rendeu o Nobel de física em 1991, conseguindo fazer uma analogia entre a transição nemática - esmética A e a transição normal de condutores - supercondutores [19].

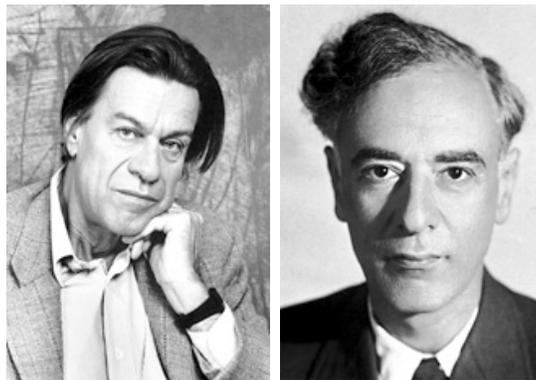


Figura 2.4: Pierre-Gilles de Gennes e Lev Landau [4, 5].

Com os avanços nas pesquisas e o crescimento tecnológico envolvido, em 1972 o físico e inventor T. Peter Brody produziu a primeira tela de cristal líquido, conhecida como *Active Matrix Liquid Crystal Display* [20], sendo esta uma das primeiras aplicações dos CL's, o que favoreceu o aumento de novas perspectivas de aplicações, influenciadas pelas suas propriedades físicas, levando a ser empregados em diversas áreas da engenharia, física e química e por conta dessa grande faixa de aplicações encontra um amplo campo de pesquisa, com aproveitamentos que vão desde termômetros a aparelhos elétricos como monitores de computadores, celulares e entre outros.

O estudo das propriedades dos cristais líquidos chama atenção dos pesquisadores

pela sua larga utilização no cotidiano, estimulando pesquisas cada vez mais aprofundadas em torno destes materiais. É por conta desta grande aplicabilidade que neste trabalho se buscou estudar as características ópticas existentes em um cristal líquido que combina uma estrutura localizada, a qual é submetida a um feixe de luz que atravessando o conjunto irá proporcionar um comportamento particular.

2.2 Definição

Um cristal líquido não é uma mistura de cristal com um líquido, na verdade um cristal líquido pode ser considerado um líquido, pois ele não suporta cisalhamento e não possui forma definida, podendo assumir a forma do recipiente no qual é colocado. A principal diferença entre um líquido e um cristal líquido é que no líquido as moléculas não apresentam uma ordem posicional e nem orientacional, o que conduz a isotropia, ou seja, suas propriedades são as mesmas em qualquer direção, no caso dos cristais líquidos existe uma ordem molecular que aumenta progressivamente de acordo com certos fatores dando origem a diferentes fases [21]. Os cristais líquidos podem ser classificados quanto a forma molecular, como por exemplo os calamíticos que apresentam suas moléculas em formato de bastão e discóticos quando exibem suas moléculas em forma de discos ou plaquetas, conforme é apresentado na figura 2.5.

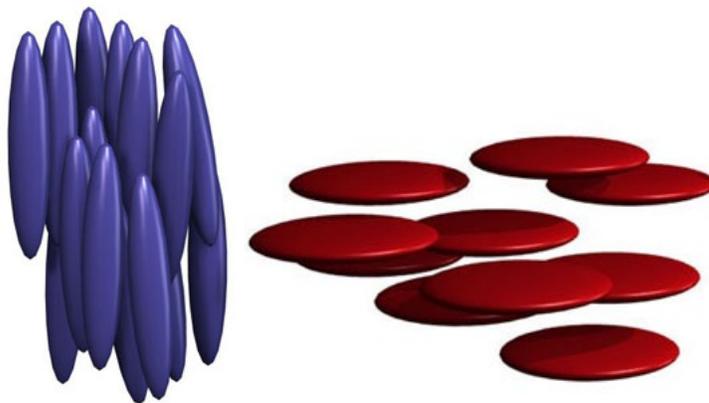


Figura 2.5: Representação das moléculas no formato bastão e discótico [6].

Estas moléculas podem apresentar uma direção preferencial e se mostrarem or-

denadas posicionalmente em uma ou duas dimensões, a direção média deste alinhamento molecular é chamada de diretor ($\hat{\mathbf{n}}$). Na figura 2.6 vemos que θ define a direção entre o diretor e o eixo maior da molécula.

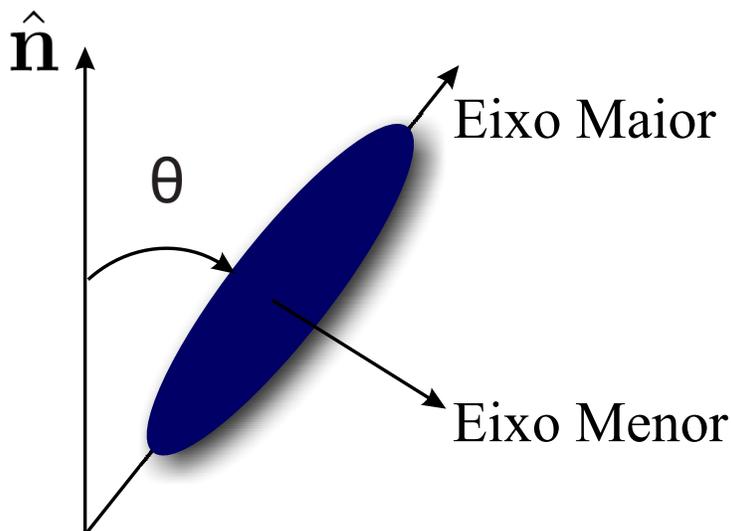


Figura 2.6: Ângulo entre o diretor e o eixo maior da molécula.

2.3 Tipos

A princípio os Cristais líquidos foram classificados com base em suas propriedades físico-químicas, as quais contribuem para suas transições de fases, como por exemplo os termotrópicos, liotrópicos e barotrópicos, aqui será discutido quais os principais atributos para cada um destes tipos [14].

- Termotrópicos: A transição de fases depende basicamente da temperatura e cujas moléculas possuem anisotropia pronunciada, apresentando a forma de hastes, discos e banana. São muito usados em monitores de baixo custo de energia e termômetros para medida de temperatura do corpo humano.
- Liotrópicos: São misturas de moléculas anfífilas e solventes em meio a uma temperatura e concentração relativa, suas propriedades mesomórficas (mudanças relativas de estado) são alteradas conforme as concentrações dos componentes.
- barotrópicos: A transição de fase depende da pressão.

2.4 Fases

As fases são importantes elementos para definir o grau de organização molecular dos cristais líquidos. Serão discutidas algumas fases, tais como nemática que se divide em uniaxial, fase que apresenta organização molecular mais simples e biaxial cuja origem é atribuída a constituintes com simetria ortorrômbica, ou seja, constituintes caracterizados por possuírem três eixos cristalográficos perpendiculares entre si, mas que apresentam comprimentos distintos, a fase colestérica, Esmética e por último a colunar.

2.4.1 Nemática

A fase nemática se caracteriza por apresentar moléculas com ordem orientacional bem definida, mas sem ordem posicional, essa ordem só é possível se as moléculas são anisométricas, ou seja, não apresentam simetria esférica.

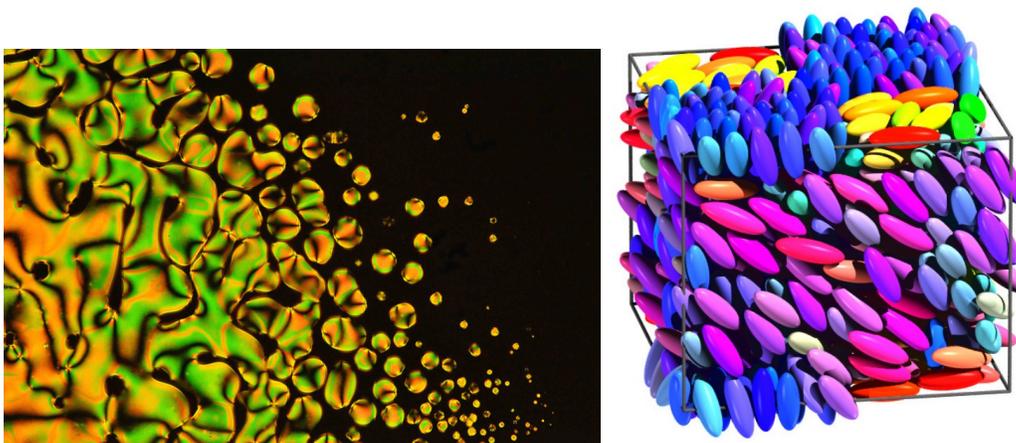


Figura 2.7: Microfotografia polarizada de um cristal líquido nemático e representação de um cristal líquido na fase nemática [7, 8].

Essa fase se divide em nemática uniaxial e biaxial, ambas as fases são comuns aos cristais líquidos liotrópicos, enquanto que para os cristais líquidos termotrópicos a fase dominante é a nemática uniaxial. Na figura 2.7 são apresentadas duas imagens, uma mostra o perfil de um cristal líquido nemático em uma microfotografia polarizada, a outra apresenta o perfil esquemático das moléculas presentes no cristal líquido nemático, onde se observa que

as moléculas podem possuir uma ordem orientacional, enquanto que suas posições variam de molécula para molécula.

Fase nemática uniaxial

Consiste na fase em que o nemático apresenta moléculas alongadas, onde todas as direções perpendiculares ao diretor são equivalentes, ou seja, o cristal líquido apresenta birrefringência positiva nas direções paralela e perpendicular ao diretor, sendo portadores apenas de um eixo óptico conforme a figura 2.8 [22].

Fase nemática biaxial

É uma fase caracterizada pela existência de três diretores ortogonais entre si, sendo um primário \hat{n} e outros dois secundários \hat{l} e \hat{m} em torno dos quais as moléculas são simétricas por rotação, isto é, essa fase possui uma ordem orientacional tridimensional, conforme se pode observar na figura 2.8 essa fase apresenta como grupo de simetria um paralelepípedo retangular, possuindo assim dois eixos ópticos [23, 24].

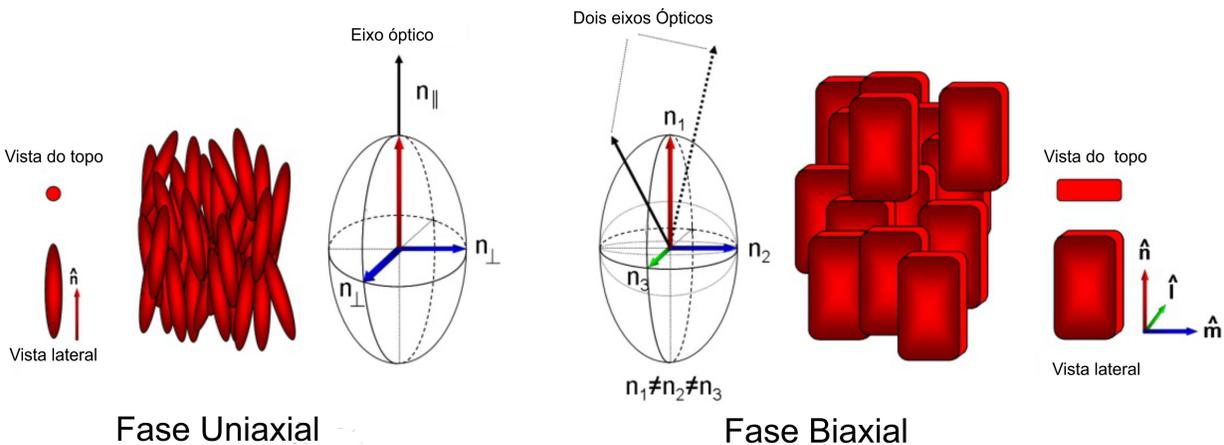


Figura 2.8: Fases uniaxial e biaxial exemplificando seu eixos ópticos [9].

2.4.2 Outras Fases

Colestérica

Esta fase é também conhecida como nemática quiral, pois apresenta moléculas sem simetria especular e o diretor tende a sofrer uma leve torção entre dois planos moleculares, formando uma estrutura helicoidal (figura 2.9), favorecida devido a maximização das interações dipolares atrativas [25].

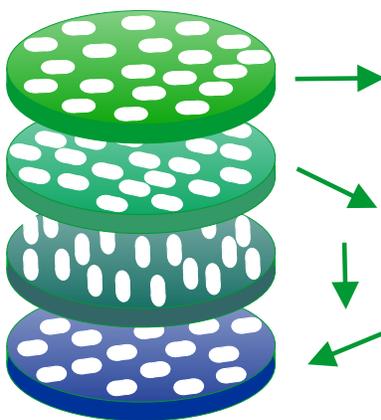


Figura 2.9: fase colestérica.

Essa torção resulta em planos moleculares, cuja separação entre dois planos pode ser caracterizada por um comprimento específico (passo), o qual influencia as propriedades do material. Alguns fatores contribuem para o tamanho do passo, como a temperatura que afeta diretamente. Se o passo estiver entre os comprimentos de onda da radiação visível a cor do colestéricos se torna dependente da temperatura, por exemplo, se a temperatura de determinado cristal líquido colestérico azul for aumentada, sua coloração poderá mudar para vermelho devido ao aumento do passo [26].

Fase Esmética

Algumas das principais características que distinguem a fase esmética da fase nemática, é que na esmética ocorre uma estratificação das moléculas ao se organizarem em camadas (figura 2.10). A principal evidência que prova tal estrutura é através da difração padrão de raios X onde uma reflexão acentuada é observada no pequeno ângulo de incidência

de Bragg, que corresponde a espessura das camadas moleculares.

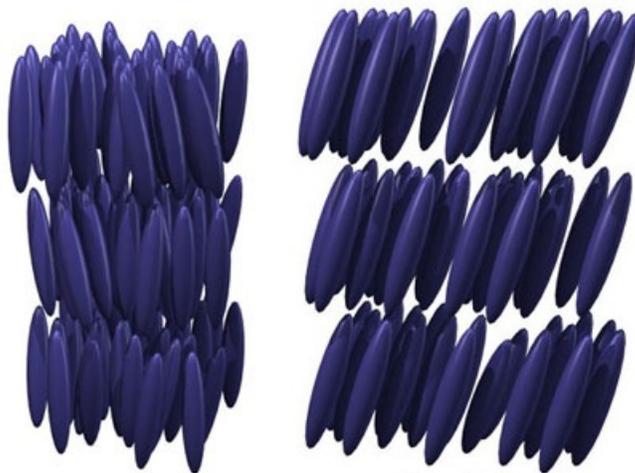


Figura 2.10: fase Esmética A e C respectivamente [6].

Tal organização pode apresentar direções distintas ao longo da perpendicular às camadas, geralmente é mais viscosa que a fase nemática, suas moléculas alongadas apresentam ordem orientacional e os centros de massa das moléculas estão arranjados, em média, em planos equidistantes. Esta fase apresenta várias classes distintas conhecidas como fase esmética A, a qual apresenta suas moléculas alinhadas perpendicularmente às camadas, as quais podem deslizar livremente umas sobre as outras, a fase esmética B que possui uma ordem cristalina hexagonal dentro das camadas e a fase esmética C onde a prioridade de orientação do diretor das moléculas não é a perpendicular às camadas e por isso podem apresentar simetria biaxial. [27, 28].

Fase Colunar

Os cristais líquidos de fase colunar são agrupados levando em conta sua ordem estrutural e as formas que as colunas assumem quando agrupadas, os cristais líquidos colunares nemáticos não possuem ordem de longo alcance, as fases que apresentam ordem de longo alcance são hexagonal, tetragonal, retangular e oblíqua, as moléculas formam conjuntos apenas com seus eixos curtos em paralelo ao diretor.

A apresentação das diferentes fases dos cristais líquidos depende da temperatura a que estão submetidas, ou seja, temperaturas baixas apresentaram estruturas com grau de



Figura 2.11: Esquema apresentando a fase colunar [6].

organização maior que outras que estejam submetidas a temperaturas maiores, por exemplo a fase nemática é mais provável ocorrer em temperaturas superiores às temperaturas que contribuem para a fase esméctica, ocorrendo assim a ordem da transição de fases $A \rightarrow C \rightarrow B$ [27].

2.5 Ordem Molecular

A ordem molecular é uma característica primordial no estudo dos cristais líquidos, pois este parâmetro contribui para as propriedades anisotrópicas, que apresentam respostas distintas a elementos externos como campo elétrico, magnético ou cisalhamento. O estudo relacionado a estimativa de um parâmetro de ordem é importante no auxílio da determinação das propriedades dos cristais líquidos, frente as suas respostas a agentes externos, para tanto podem ser avaliados dois níveis de ordem molecular.

Em nível microscópico temos o que chamamos de parâmetro de ordem microscópico, relacionado a uma função de probabilidade que evidencia a orientação das moléculas com base em uma média relacionada a distribuição da orientação das moléculas. Macroscopicamente, temos um parâmetro de ordem que é determinado através da associação de grandezas macroscópicas, como índice de refração e susceptibilidade magnética, ao nível de ordem molecular, sendo este utilizado em procedimentos laboratoriais.

2.5.1 Parâmetro de ordem molecular microscópico

Uma molécula de cristal líquido alongada possui normalmente três eixos que auxiliam na descrição da sua orientação, um eixo longitudinal também chamado de eixo principal e os outros dois eixos perpendiculares ao eixo longitudinal [29]. Para que possamos determinar a probabilidade do eixo principal da molécula (\hat{a}) está entre os ângulos θ e $\theta + d\theta$ em relação ao diretor (\hat{n}), (figura 2.12), utilizamos uma função dada por $f(\theta)d\theta$ [30].

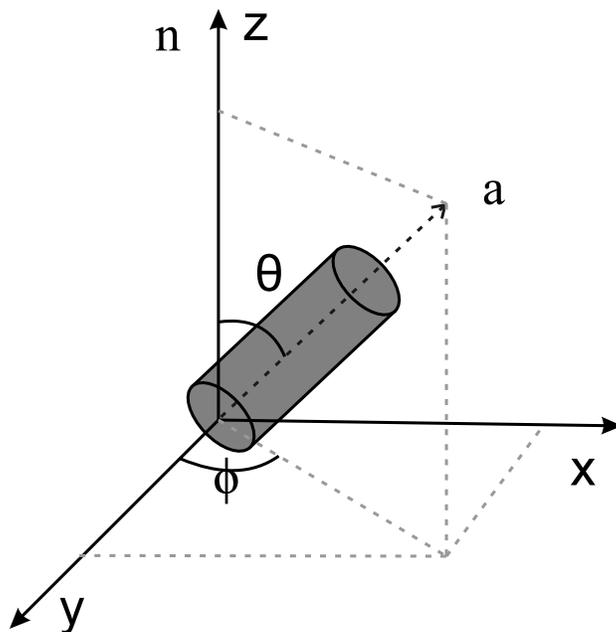


Figura 2.12: A figura mostra os vetores diretor (\hat{n}) e o eixo maior da molécula (\hat{a}).

Em três dimensões a orientação da molécula pode ser determinada por um ângulo θ e um ângulo azimutal ϕ que não contribuirá na função de probabilidade, pois as moléculas presentes no cristal líquido nemático possuem simetria cilíndrica devido a sua anisotropia e por se tratar de uma fase nemática [31].

Para determinar o grau de orientação de uma amostra de cristal líquido é conveniente utilizar um fator numérico em vez de uma função. Este parâmetro pode ser definido matematicamente como [32]

$$s = \langle P_2(\vec{a} \cdot \vec{n}) \rangle = \frac{1}{2} \langle 3\cos^2\theta - 1 \rangle = 2\pi \int_0^\pi P_2(\cos\theta) f(\theta) \sin\theta d\theta, \quad (2.1)$$

tal que o termo $P_2(\cos\theta)$, corresponde ao segundo polinômio de Legendre e $\langle \dots \rangle$ se traduz como uma média sobre todas as orientações moleculares.

Na fase nemática todas as moléculas se encontram alinhadas com o diretor, logo sua função de probabilidade será dada por $f(\theta) = \frac{\delta(\theta)}{4\pi}$ ou $f(\theta) = \frac{\delta(\theta-\pi)}{4\pi}$, onde $\delta(\theta)$ corresponde a função delta de Dirac, temos assim $s = 1$, por outro lado quando a fase é isotrópica todas as orientações no espaço possuem a mesma probabilidade, ou seja, $f(\theta) = \frac{1}{4\pi}$ e portanto temos $s = 0$.

2.5.2 Parâmetro de ordem molecular macroscópico

A fase nemática se apresenta com simetria menor que líquidos isotrópicos, uma maneira de determinar quantitativamente essa diferença é inserir o parâmetro de ordem macroscópico (Q), que pode ser encontrado associado a grandezas como o índice de refração e susceptibilidade magnética, pois esses se associam convenientemente com propriedades moleculares, para tanto admita que as moléculas dos cristais líquidos termotrópicos são rígidas em meio a influência de um campo magnético. É razoável ainda relacionar os parâmetros de ordem microscópico e macroscópico, isso porque é possível escrever a susceptibilidade magnética macroscópica através da microscópica[30].

2.6 Elasticidade dos Cristais Líquidos

No estado fundamental (livre de qualquer influência física), o diretor de um CLN é uniforme para todas as moléculas. Como dito anteriormente, variações espaciais do diretor podem ocorrer devido à fatores externos ou internos, de forma que tais variações são caracterizadas por deformações associadas a certa quantidade de energia [29, 33]. O estudo dessas deformações foi bem abordado pelo físico britânico Sir Frederick Charles Frank, o qual fez uma reformulação da teoria proposta por Carl Wilhelm Oseen.

Na teoria apresentada por Oseen em 1932, é encontrada uma expressão para a densidade de energia de um cristal líquido em termos das curvaturas proporcionadas pelas variações do diretor. Nesta expressão Oseen admite que as forças de interação entre as moléculas diminuam conforme a distância entre elas aumentam, e que a densidade ρ é uniforme sobre o volume $dx_1 dx_2 dx_3$, conforme pode ser visto na expressão 2.2:

$$\int \rho^2 (K_1(n(r)\nabla \times n(r)) + K_{11}(n(r)\nabla n(r))^2 + K_{22}(\nabla n(r))^2 + K_{33}((n(r)\nabla)n(r))^2 + 2K_{12}(\nabla n(r))(n(r)\nabla \times n(r))) dx_1 dx_2 dx_3 \quad (2.2)$$

onde para um nemático Oseen considera K_{12} igual a zero e $K_{22} = K_{33}$ [34].

Partindo deste modelo Frank propõem estabelecer uma teoria geral da curvatura-elasticidade nos cristais líquidos uniaxiais, semelhante a de Oseen, porém de forma revisada. Nesta nova teoria Frank faz uma comparação entre o modelo proposto por Oseen e o seu modelo, observando as semelhanças existentes e suas particularidades, propondo um modelo mais simples baseado na omissão do último e primeiro termo da equação 2.2, pois a constante K_{12} é sempre zero porque segundo Frank [35] é praticamente certo que não existe a polaridade física na direção do diretor ($\hat{\mathbf{n}}$) em qualquer das substâncias normais de cristais líquidos apresentados por Oseen sendo o motivo pelo qual a constante K_1 também se tornar nula.

Com esse estudo é criada a teoria do contínuo para os cristais líquidos, também conhecida como teoria da energia livre de Frank-Oseen, esta teoria estabelece as bases para a construção do problema apresentado aqui, configurando desta forma o princípio norteador deste trabalho.

2.6.1 Teoria do contínuo

Aqui será apresentada a metodologia utilizada por Frank e Oseen em seus trabalhos, para determinar o quanto de energia será necessária para deformar o diretor, logo é importante saber que existem três possibilidades de deformação, para as quais são associadas forças de deformação, no entanto caso a variação espacial do diretor aconteça de maneira lenta é possível descrever este fenômeno através de uma versão da teoria elástica do contínuo. A formulação do modelo segue o princípio de que a energia livre é uma função das deformações sofridas devido as forças de natureza externa ou interna ao material, relacionadas a elementos elásticos.

Diante disto tomando um cristal líquido nemático uniaxial com diretor $\hat{\mathbf{n}}$, tal que r pertence a um plano de coordenadas cartesianas (x, y, z) com z paralelo ao diretor $\hat{\mathbf{n}}$,

com esta configuração podemos exprimir as relações referentes as possíveis deformações, que podem ocorrer na estrutura do nemático conhecidas como *splay*, *twist* e *bend*, conforme pode ser visto nas equações 2.3, 2.4 e 2.5 e exemplificadas na figura 2.13.

Splay:

$$s_1 = \frac{\partial n_x}{\partial x}, s_2 = \frac{\partial n_y}{\partial y} \quad (2.3)$$

Twist:

$$t_1 = -\frac{\partial n_y}{\partial x}, t_2 = \frac{\partial n_x}{\partial y} \quad (2.4)$$

Bend:

$$b_1 = \frac{\partial n_x}{\partial z}, b_2 = \frac{\partial n_y}{\partial z} \quad (2.5)$$

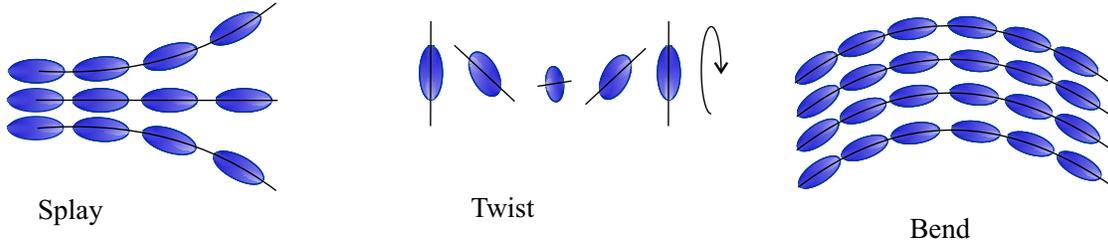


Figura 2.13: Modelos de deformações em cristais líquidos nemáticos do tipo Splay, Twist e Bend.

Sabendo que em um cristal líquido nemático suas moléculas se aproximam de uma geometria quase cilíndrica e possuem uma ordem orientacional bem definida, então para especificar o comportamento anisotrópico dos cristais líquidos é importante se atentar a existência da teoria do contínuo mais intuitiva, a teoria vetorial, que utiliza $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ como diretor. Dessa forma a teoria mais conhecida é a teoria de Frank-Oseen que utiliza parâmetros de elasticidade da curvatura, onde a energia de distorção é caracterizada pela expressão

$$F_{el} = \int \frac{1}{2} [K_1(\nabla \cdot \mathbf{n}(r))^2 + K_2(\mathbf{n}(r) \cdot \nabla \times \mathbf{n}(r))^2 + K_3(\mathbf{n}(r) \times \nabla \times \mathbf{n}(r))^2] dV, \quad (2.6)$$

onde K_1 , K_2 e K_3 são as constantes de elasticidade, as quais estão diretamente relacionadas com as forças de deformação e de restauração do cristal líquido, vale ressaltar que a densidade

de energia livre é uma função quadrática das curvas formadas, devido as forças existentes durante o processo de deformação, como pode ser visto na equação 2.6 [29, 27].

2.7 Anisotropia Óptica

A anisotropia óptica consiste em uma propriedade de grande importância comum a materiais transparentes, os quais apresentam anisotropia, onde podemos dizer que o processo de anisotropia ocorre de tal maneira, que o campo elétrico da luz polarizada do plano incidente que penetra em um meio anisotrópico e birrefringente é dividido em dois componentes mutuamente perpendiculares, chamados raios ordinário (o) e extraordinário (e) que se propagam com velocidades distintas no interior do material [36].

A susceptibilidade dielétrica de um cristal líquido nemático é anisotrópica e no estado nemático uniaxial é um tensor de segundo grau com duas componentes ϵ_{\parallel} e ϵ_{\perp} , as quais são as susceptibilidades por volume paralela e perpendicular ao eixo respectivamente [27],

Quando a luz adentra um cristal líquido ocorre a birrefringência, ou seja, a luz é dividida em duas componentes, uma componente rápida chamada de raios ordinários (raio-o) e uma lenta chamada de raios extraordinários (raio-e), conforme a figura 2.14, por conta dessa diferença entre as duas velocidades dos raios as suas ondas ficam defasadas, logo no momento em que os raios são recombinados conforme saem do cristal líquido o estado de polarização se encontra diferente devido a esta desigualdade de fase [27].

Observando a figura 2.14 a seguir vemos que o campo elétrico do raio-o é perpendicular ao eixo óptico, logo o seu índice de refração não é constante independente da direção de propagação, já o campo elétrico do raio-e está no mesmo plano do eixo óptico, de forma que seu índice de refração varia com o ângulo de propagação do raio (θ).

Sendo assim definimos a birrefringência conforme a equação

$$\Delta n(\theta) = n_e(\theta) - n_o(\theta), \quad (2.7)$$

com o objetivo de simplificar essa relação é proposto escrever a mesma como

$$\Delta n = n_e - n_o. \quad (2.8)$$

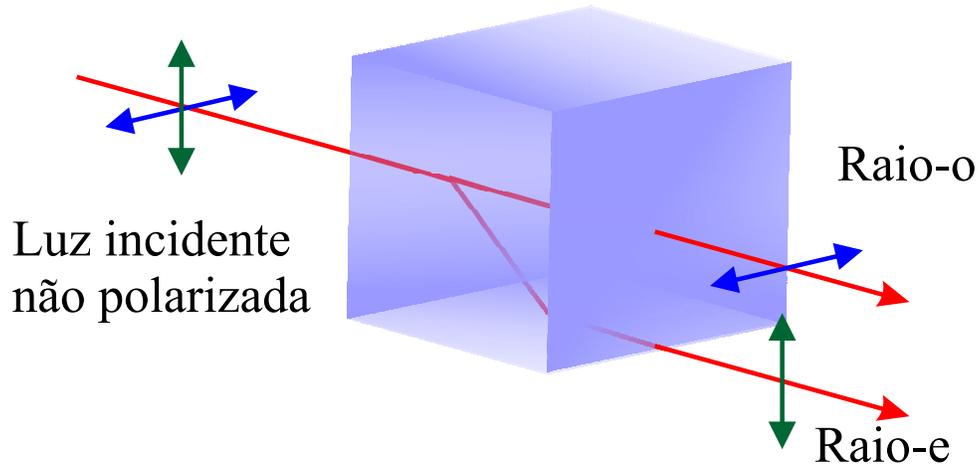


Figura 2.14: Representação do raio incidente sobre o cristal líquido formando os raios extraordinário (raio-e) e ordinário (raios-o).

A maioria dos cristais líquidos apresentam birrefringência positiva, o que significa que o raio-e é retardado em relação ao raio-o na passagem pelo material [37].

2.7.1 Dependência dos índices de refração com a temperatura.

A temperatura produz mudanças na estrutura organizacional das moléculas presentes nos cristais líquidos, causando alterações nos índices de refração ordinário e extraordinário. Sebastia [10] propõe escrever esses índices em função da temperatura, de tal forma que temos as expressões para índices de refração ordinário e extraordinário em função da temperatura dadas por

$$\begin{aligned} n_o &= \langle n \rangle - \frac{1}{3} \Delta n, \\ n_e &= \langle n \rangle + \frac{2}{3} \Delta n, \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde $\langle n \rangle$ corresponde ao índice de refração médio que é calculado através de

$$\langle n \rangle = A - BT, \quad (2.10)$$

tal que A e B são parâmetro obtidos experimentalmente [38].

Ao considerarmos a temperatura como fator de influência nos índices de refração, o parâmetro de ordem também deverá sofrer alterações em função da temperatura conforme

apresentado por Ivan [39], nesta demonstração se observa a relação da temperatura com o parâmetro de ordem através de $S = \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta$, resultando em

$$\Delta n = (\Delta n)_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta \quad (2.11)$$

onde o termo $(\Delta n)_0$ é a birrefringência no estado cristalino, β é uma constante associada ao material e T_c a temperatura crítica de transição da fase isotrópica para a nemática.

Através de substituições das equações 2.11 e 2.7.1 nas equações 2.9 obtemos as expressões

$$n_o = A - BT - \frac{(\Delta n)_0}{3} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta, \quad (2.12)$$

$$n_e = A - BT + \frac{2(\Delta n)_0}{3} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta. \quad (2.13)$$

Como já mencionado anteriormente estas constantes são obtidas de maneira experimental e portanto cada material deverá apresentar suas constantes específicas, por exemplo o cristal líquido 5CB apresenta os parâmetros mostrados na tabela 2.1, calculados de maneira experimental em função dos comprimentos de onda da luz [10].

$\lambda(nm)$	A	B	β	(Δn_0)
546	1.7751	$0.0005810K^{-1}$	0.1862	0.3594
589	1.7674	$0.0005790K^{-1}$	0.1889	0.3505
633	1.7601	$0.0005750K^{-1}$	0.1855	0.3389

Tabela 2.1: Parâmetros referentes ao cristal líquido 5CB para os comprimentos de onda da luz iguais a $546nm$, $589nm$ e $633nm$ [10].

Com estes dados é possível construir um gráfico (figura 2.15), que mostra o comportamento dos índices de refração em função da temperatura, levando em conta os comprimentos de onda da luz. Neste gráfico (figura 2.15) Sebastia [10] apresenta dados obtidos de maneira experimental utilizando um refratômetro, neste caso os quadrados, círculos e triângulos, e compara com as curvas obtidas usando as equações e , as linhas, mostrando que o modelo é satisfatório.

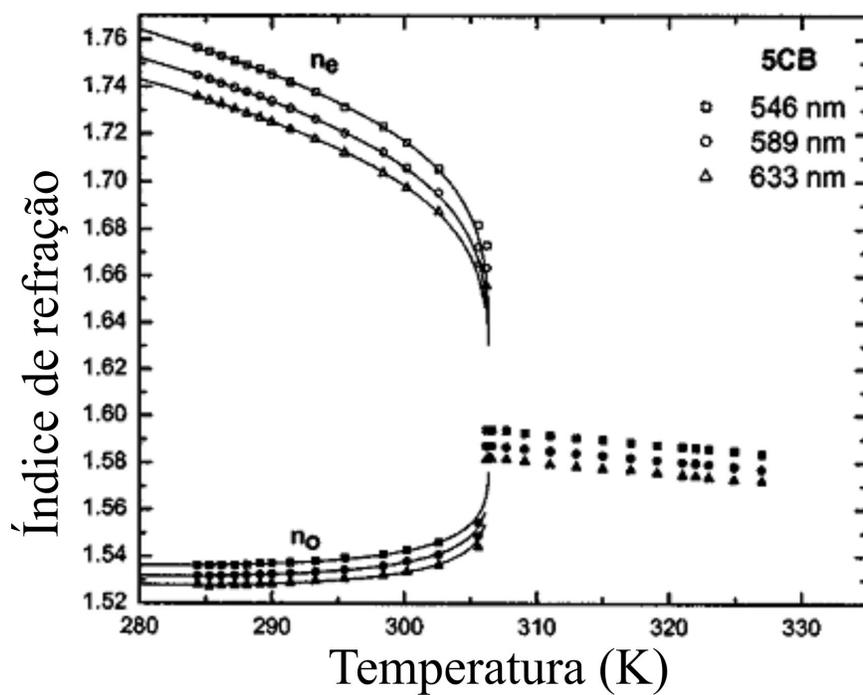


Figura 2.15: Índices de refração e índice de refração médio para o cristal líquido 5CB, quando os comprimentos de luz são 546nm (em azul), 589nm (verde) e 633nm (vermelho)

Capítulo 3

Skyrmions

Os Skyrmions foram propostos originalmente pelo físico britânico Tony Hilton Royle Skyrme em 1961, onde segundo ele estas estruturas possuem as mesmas propriedades apresentadas pelos férmions [40], e detêm uma estrutura rotacional caracterizada por um número inteiro chamado de carga topológica, tal que esse número não é alterado quando a estrutura é submetida a uma deformação contínua na configuração do campo vetorial do Skyrmion [41, 42].



Figura 3.1: Tony Skyrme em 1946.

Os estudos em relação aos Skyrmions tiveram início a partir da necessidade de explicar a estabilidade de algumas partículas em modelos de teoria de campo, representadas por excitações ondulares com vida útil finita, ou seja, as excitações decaem com o tempo

[43].

A carga topológica do Skyrmion corresponde a um invariante topológico, ou seja, suas propriedades são conservadas mesmo que o Skyrmion seja submetido a qualquer perturbação que modifique o campo vetorial [44, 43], este número é definido de maneira matemática pela equação 3.1

$$S = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) dx dy, \quad (3.1)$$

onde \mathbf{n} é um vetor unitário, em alguns casos para Skyrmions magnéticos este vetor é associado a um vetor de magnetização [43], no caso apresentado aqui este vetor será relacionado ao diretor $\hat{\mathbf{n}}$ da molécula, no que diz respeito ao valor de S , quando $S > 0$ é possível afirmar que o Skyrmion carrega uma carga quantizada, para um valor $S < 0$ se trata de um anti-Skyrmion [45].

Na figura 3.2 vemos uma representação do campo vetorial de um Skyrmion, apresentado por Volkov et al [46], o qual está localizado no semicondutor GaV_4S_8 que possui simetria romboédrica e anisotropia de eixo fácil. Para modelar o Skyrmion nesta estrutura os autores utilizam como teoria de suporte o Skyrmion de Néel, que corresponde a uma superposição de cicloides de spin (setas) em contraste com o Skyrmion de Bloch. Na figura 3.2 o Skyrmion da esquerda é um Skyrmion de Bloch enquanto o da direita é um Skyrmion de Néel.

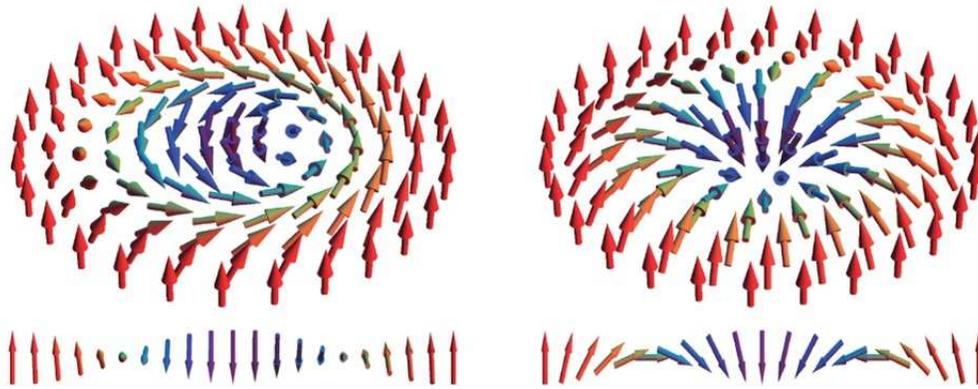


Figura 3.2: Estrutura do skyrmion em três dimensões do tipo Bloch e Néel.

Podemos descrever de maneira matemática um diretor $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{n}(\mathbf{r})$, presente em

um Skyrmion em coordenadas polares no espaço tridimensional conforme a equação

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = (\cos\psi(\phi) \cdot \text{sen}\theta(r), \text{sen}\psi(\phi) \cdot \text{sen}\theta(r), \cos\theta(r)), \quad (3.2)$$

onde o vetor r é apresentado em coordenadas polares dadas por

$$\mathbf{r}(\phi) = (r \cos \phi, r \text{sen} \phi). \quad (3.3)$$

Apresentando um pouco da metodologia utilizada por Nagaosa [43], podemos introduzir estas equações na expressão 3.1, obtendo como resultado

$$S = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dr \int_0^{2\pi} \frac{d\theta(r)}{dr} \frac{d\psi(\phi)}{d\phi} \text{sen} \theta(r) d\phi, \quad (3.4)$$

$$S = \frac{1}{4\pi} [\cos(\theta(r))]_{r=0}^{r=\infty} \cdot [\psi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}, \quad (3.5)$$

tais que as rotações ocorrem a partir de $r = 0$ até $r \rightarrow \infty$, logo quando $r = 0$ o campo vetorial apontará para uma direção cujo ângulo $\theta(0)$ estará marcando meia volta e em $r \rightarrow \infty$ o ângulo θ tenderá a zero, então $[\cos(\theta(r))]_{r=0}^{r=\infty} = 2$, existindo assim várias possibilidades para $\psi(\phi)$, logo encontramos o número inteiro $S = N = [\psi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi} / 2\pi$, o qual determina o número de Skyrmion (carga topológica), com essa conclusão dizemos que $S = N$ e por último definimos a helicidade por α a qual aparece na expressão.

$$\theta(\phi) = N\phi + \alpha. \quad (3.6)$$

Tais estruturas topologicamente não triviais resultaram em uma grande quantidade de modelos envolvidos na física da matéria condensada. Sabe-se que os Skyrmions apresentam aplicações na dinâmica existente em modelos magnéticos e em elementos que envolvem supercondutividade [47].

Neste trabalho estudaremos a aplicação da estrutura do Skyrmion em um meio nemático usando a energia livre de Frank-Oseen [47], ao qual será atrelado o modelo do Skyrmion sob condições de contorno que obedecem os parâmetros $\mathbf{n}(\mathbf{0}) = (0, 0, 1)$ e $\mathbf{n}(\mathbf{r}) = (0, 0, -1)$, onde $|r| \rightarrow \infty$, com o diretor $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ em coordenadas esféricas e r em coordenadas cilíndricas. Dessa forma temos um modelo para um Skyrmion em três dimensões, O qual apresenta simetria, o que nos permite estudar tal estrutura em duas dimensões, apenas no plano $\rho \times z$, a seguir é apresentada a metodologia necessária para a modelagem nesse plano.

3.1 O modelo do Skyrmion no plano.

De maneira geral a construção desta estrutura no cristal líquido seguiu em princípio os passos determinados por Bogdanov [47], o qual partindo da teoria do contínuo aplicada a cristais líquidos nemáticos chegou a um funcional de energia que relaciona deformações de natureza elástica no cristal líquido.

Então por meio da energia livre de Frank-Oseen (equação 3.7), que mostra as principais deformações que existentes na estrutura formada pelo Skyrmion e o cristal líquido

$$F = \int \frac{1}{2} [K_1(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2(\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}))^2 + K_3(\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n}))^2] dV, \quad (3.7)$$

onde \mathbf{n} é um vetor unitário conforme apresentado anteriormente indicando ser o diretor das moléculas. Já as constantes elásticas K_1 , K_2 e K_3 são associadas as deformações do tipo splay, twist e bend respectivamente.

Partindo de um caso especial em que as constantes K_1 , K_2 e K_3 são iguais a uma constante K e avaliando cada uma das derivadas em um ponto arbitrário de um cristal líquido no qual existe uma molécula em que o diretor se encontra na direção z , o que pode ser interpretado como um caso em que a primeira derivada de n_z é nula [48], podemos apresentar cada derivada como as seguintes expressões

$$[\nabla \cdot \mathbf{n}]^2 = \left[\left(\frac{1}{h_\rho} \frac{\partial n_\rho}{\partial \rho} \right) + \left(\frac{1}{h_\phi} \frac{\partial n_\phi}{\partial \phi} \right) \right]^2, \quad (3.8)$$

$$[\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n})]^2 = \left[\left(\frac{1}{h_\rho} \frac{\partial n_\phi}{\partial \rho} \right) - \left(\frac{1}{h_\phi} \frac{\partial n_\rho}{\partial \phi} \right) \right]^2, \quad (3.9)$$

$$[\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n})]^2 = \left(\frac{1}{h_z} \frac{\partial n_\rho}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{1}{h_z} \frac{\partial n_\phi}{\partial z} \right)^2. \quad (3.10)$$

Podemos então obter uma expressão geral para o nosso problema definida por

$$F = \frac{K}{2} \cdot \int \sum_{ij} \left(\frac{1}{h_j} \frac{\partial n_i}{\partial x_j} \right)^2 d\mathbf{x}, \quad (3.11)$$

tal que n_i , x_j e h_j correspondem aos termos genéricos, os quais de maneira particular são apresentados como $h_\rho = 1$, $h_\phi = \rho$ e $h_z = \rho \sin(\theta(\rho))$, com os termos $n_\rho = \sin(\theta(\rho)) \cos(\psi(\phi))$,

$n_\phi = \text{sen}(\theta(\rho))\text{sen}(\psi(\phi))$ e $n_z = \text{cos}(\theta(\rho))$ e por último $d\mathbf{x} = \rho d\rho$. Redefinindo a equação anterior como

$$F = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty \frac{K}{2} \left[\left(\frac{d\theta}{d\rho} \right)^2 + \frac{\text{sen}^2\theta}{\rho^2} \left(\frac{d\psi}{d\theta} \right)^2 \right] \rho d\rho. \quad (3.12)$$

Esse funcional representa a densidade de energia livre de Frank em um cristal líquido nemático, com uma estrutura localizada do tipo Skyrmion na aproximação de uma constante elástica K .

O próximo passo é determinar um conjunto de equações $\theta(\rho)$ e $\psi(\phi)$ que minimizam o funcional F , tais equações podem ser determinadas por meio do cálculo variacional através da equação de Euler, exibindo assim o sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial \theta(\rho)}{\partial \rho} \right] - \frac{\text{cos}\theta(\rho)\text{sen}\theta(\rho)}{\rho^2} \left(\frac{\partial \psi(\phi)}{\partial \phi} \right)^2 = 0, \\ \frac{\partial^2 \psi(\phi)}{\partial \phi^2} = 0, \end{cases} \quad (3.13)$$

cuja solução analítica encontrada é dada pelas duas expressões

$$\theta(\rho) = 2.\text{arctan}(\rho/\rho_0)^N, \quad (3.14)$$

$$\psi(\phi) = N.\phi + \alpha. \quad (3.15)$$

onde ρ_0 corresponde a um valor constante, o qual definimos como 1, ρ se refere a um valor que deverá ser variável o qual estará contido no plano $\rho \times z$, o valor de N é definido como a carga topológica, que designa o número de vezes que o Skyrmion é contornado pelo vetor unitário \mathbf{n} representado de maneira vetorial como [43, 47]

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = (\text{sen}\theta(\rho), \text{cos}\theta(\rho)). \quad (3.16)$$

por último temos o termo α , este corresponde a helicidade do Skyrmion [43].

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Como apresentado anteriormente os Skyrmions são estruturas homogêneas que apresentam aplicações em diversos ramos da física, com essa perspectiva neste capítulo temos uma aplicação que mostra o uso desta estrutura em cristais líquidos nemáticos a qual é apresentada por Bogdanov [47], onde os Skyrmions são vistos como estruturas localizadas em cristais líquidos.

Com base no trabalho proposto por Bogdanov temos a seguinte metodologia para elaboração de um modelo teórico visando descrever a propagação da luz em um cristal líquido nemático com Skyrmion. Inicialmente adotaremos o modelo geométrico descrito em [49], no qual o nemático é tratado como um meio contínuo associado a geometria de Riemann.

4.1 Propagação da luz em nemáticos com o Skyrmion.

Nesta etapa foi elaborado o modelo para determinar as trajetórias da luz no interior do cristal líquido nemático com a estrutura localizada do Skyrmion. Usando a metodologia proposta por [49], devemos adotar o princípio de Fermat, o qual afirma que a luz tenderá a percorrer o menor caminho óptico entre dois pontos P_1 e P_2 , estabelecendo a seguinte relação matemática

$$F = \int_{P_1}^{P_2} N_r \cdot dl, \quad (4.1)$$

onde F é o comprimento do caminho óptico, N_r é o índice de refração do meio e dl é o elemento de linha. Por outro lado, da geometria de Riemann, $\int ds$ é o menor comprimento de um ponto A ao um ponto B , com ds definido por,

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij}(x) dx^i dx^j, \quad (4.2)$$

conforme mostrado no apêndice A, onde $g_{ij}(x)$ são as componentes do tensor métrico em função da posição.

De acordo com [50] o caminho óptico de um raio entre dois pontos P_1 e P_2 pode ser interpretado como uma geodésica em um espaço riemanniano, de modo que

$$ds = N_r dl, \quad (4.3)$$

e assim

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij}(x) dx^i dx^j = N_r^2 . dl^2. \quad (4.4)$$

No entanto falta definir o termo N_r , este corresponde ao índice de refração para a luz que viaja em meio com moléculas do tipo bastão, a qual de maneira matemática se escreve

$$N_r^2 = n_o^2 \cos^2 \beta + n_e^2 \sin^2 \beta, \quad (4.5)$$

onde β é o ângulo entre o eixo óptico e a direção do raio.

Na figura 4.1 mostrada a seguir, podemos observar um esquema que representa os elementos que fazem parte da refração local representada matematicamente por N_r .

Para encontrar uma expressão explícita para N_r , e conseqüentemente para $g_{ij}(x)$, precisamos definir exatamente um meio (cristal líquido), uma vez que a relação proposta por Caio [51] para o cálculo do ângulo β , depende do diretor através de

$$T.n = \cos(\beta). \quad (4.6)$$

Porém sabemos que a estrutura, formada pelo Skyrmion e o cristal líquido, apresenta simetria azimutal e por isso é conveniente dizer que a luz deverá se propagar no plano $z \times \rho$ em coordenadas polares, o que nos leva a definir o vetor $\mathbf{R}(\mathbf{l})$ como aquele em que seu traço irá construir a trajetória da luz na estrutura e por isso será escrito como

$$R(l) = z(l)\hat{z} + \rho(l)\hat{\rho}, \quad (4.7)$$

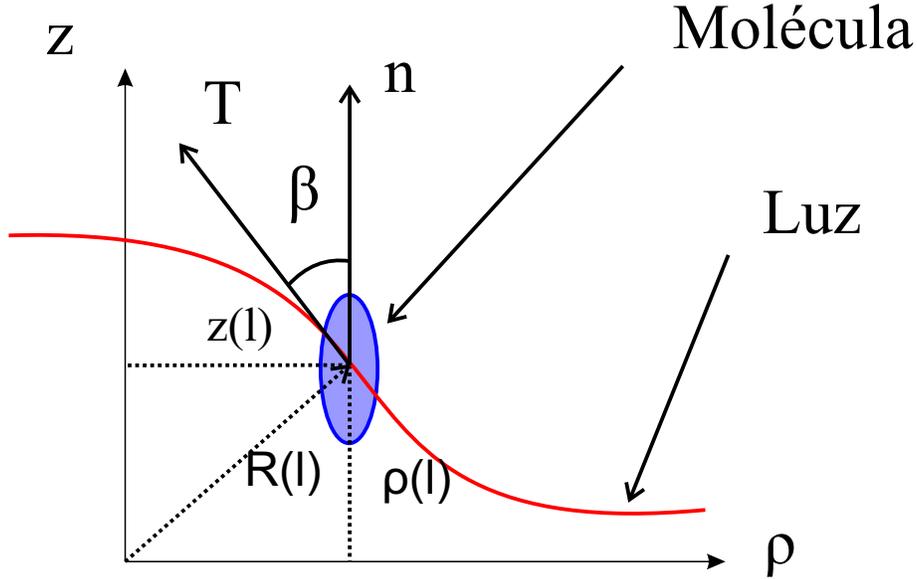


Figura 4.1: Molécula atravessada por um feixe de luz cujo vetor tangente \mathbf{T} faz um ângulo β com o diretor da molécula \mathbf{n} .

sabendo que o vetor \mathbf{T} é definido como a derivada da equação 4.7 em relação a l podemos escrever a relação

$$\mathbf{T} = \frac{dR(l)}{dl} = \frac{dz(l)}{dl} \hat{z} + \frac{d\rho(l)}{dl} \hat{\rho}. \quad (4.8)$$

Introduzindo o Skyrmion através do diretor 3.16 com 3.14 definido por $\mathbf{n} = \cos\theta(\rho)\hat{z} + \sin\theta(\rho)\hat{\rho}$, tal que a partir da equação 4.6 nos fornece

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{n} = \left(\frac{dz(l)}{dl} \hat{z} + \frac{d\rho(l)}{dl} \hat{\rho} \right) \cdot (\cos\theta(\rho)\hat{z} + \sin\theta(\rho)\hat{\rho}) = \cos\theta(\rho)\dot{z} + \sin\theta(\rho)\dot{\rho}, \quad (4.9)$$

onde \dot{z} e $\dot{\rho}$ são as derivadas $\frac{dz(l)}{dl}$ e $\frac{d\rho(l)}{dl}$ respectivamente. Por tanto podemos agora dizer que

$$\cos\beta = \cos\theta(\rho)\dot{z} + \sin\theta(\rho)\dot{\rho}$$

o que contribui de maneira significativa para encontrar $g_{ij}(x)$. Após determinar $\cos\beta$ utilizamos a equação 4.5 para definir o índice de refração

$$N_r^2 = (n_o^2 - n_e^2) \cdot (\dot{\rho}^2 \cdot \sin^2\theta(\rho) + \dot{z} \cdot \cos^2\theta(\rho) + 2\dot{z} \cdot \dot{\rho} \cdot \sin\theta(\rho) \cdot \cos\theta(\rho)) + n_e^2, \quad (4.10)$$

multiplicando ambos os lados por dl^2 e sabendo que $dl^2 = dz^2 + d\rho^2$ podemos escrever

$$N_r^2 \cdot dl^2 = (n_o^2 - n_e^2) \cdot (\dot{\rho}^2 \cdot \sin^2\theta(\rho) + \dot{z}^2 \cdot \cos^2\theta(\rho) + 2\dot{z} \cdot \dot{\rho} \cdot \sin\theta(\rho) \cdot \cos\theta(\rho)) (dz^2 + d\rho^2) + n_e^2 \cdot (dz^2 + d\rho^2), \quad (4.11)$$

sabendo que $dx^i = \left(\frac{dx^i}{dl}\right) dl$ podemos reescrever

$$N_r^2 \cdot dl^2 = (n_o^2 - n_e^2) \cdot (d\rho^2 \cdot \text{sen}^2\theta(\rho) + dz^2 \cdot \text{cos}^2\theta(\rho) + 2dz \cdot d\rho \cdot \text{sen}\theta(\rho) \text{cos}\theta(\rho)) \cdot (dz^2 + d\rho^2) + n_e^2 \cdot (dz^2 + d\rho^2), \quad (4.12)$$

onde podemos ver ds^2 como:

$$ds^2 = [(n_o^2 - n_e^2) \cdot \text{sen}^2\theta(\rho) + n_e^2] d\rho^2 + [(n_o^2 - n_e^2) \text{cos}^2\theta(\rho) + n_e^2] dz^2 + 2d\rho dz \text{sen}\theta(\rho) \text{cos}\theta(\rho) (n_o^2 - n_e^2), \quad (4.13)$$

com esta expressão determinamos os valores de $g_{ij}(x)$, agora expresso apenas como g_{ij} com o objetivo de simplificar as expressões obtidas, construímos assim uma matriz de dimensão 2×2 através da equação 4.4

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_o^2 \text{sen}^2\theta(\rho) + n_e^2 \text{cos}^2\theta(\rho) & (n_o^2 - n_e^2) \text{sen}\theta(\rho) \text{cos}\theta(\rho) \\ (n_o^2 - n_e^2) \text{sen}\theta(\rho) \text{cos}\theta(\rho) & n_o^2 \text{cos}^2\theta(\rho) + n_e^2 \text{sen}^2\theta(\rho) \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

então partimos para determinar as equações das geodésicas.

Na geometria de Riemann o processo para determinação das geodésicas ocorre através da equação diferencial

$$\frac{d^2x^i}{dt^2} + \sum_{jk} \Gamma_{jk}^i \frac{dx^j}{dt} \frac{dx^k}{dt} = 0, \quad (4.15)$$

nessa equação observamos a existência de Γ_{jk}^i , que corresponde aos símbolos de Christoffel de segundo tipo, determinados através da expressão geral

$$\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} \sum_m g^{mi} \left\{ \frac{\partial g_{km}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{mj}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^m} \right\}. \quad (4.16)$$

Onde o termo g^{mi} se trata de um tensor contravariante simétrico de ordem dois, chamado de tensor conjugado de g_{mi} sendo assim estabelecida a relação entre os dois:

$$g^{mi} \cdot g_{ji} = \delta_{jm} \quad (4.17)$$

onde δ_{jm} corresponde ao delta de Kronecker, tal que quando $m = j$ temos $g^{mi} \cdot g_{ji} = 1$ e para $m \neq j$ $g^{mi} \cdot g_{ji} = 0$ [52, 53].

Com as componentes da métrica é necessário calcular os símbolos de Christoffel, os quais podem ser encontrados através da equação 4.16, obtendo assim as expressões

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11}^1 &= -\frac{(ne^2 - no^2)\text{sen}(2\theta)(no^2\text{sen}^2(\theta) + ne^2\text{cos}^2(\theta))}{no^2 ne^2(\rho^2 + 1)}, \\
\Gamma_{12}^1 &= \frac{(ne^2 - no^2)^2(\text{sen}^2(2\theta))}{2 no^2 ne^2(\rho^2 + 1)}, \\
\Gamma_{22}^1 &= -2\frac{no^2\text{cos}^2(\theta) + ne^2\text{sen}^2(\theta)}{no^2 ne^2(\rho^2 + 1)}, \\
\Gamma_{11}^2 &= \frac{(ne^2 - no^2)\text{cos}^4(\theta) - 2(no^2\text{sen}^2(\theta))}{no^2 ne^2(\rho^2 + 1)}, \\
\Gamma_{12}^2 &= \frac{(ne^2 - no^2)\text{sen}(2\theta)(no^2\text{sen}^2(\theta) + ne^2\text{cos}^2(\theta))}{2 no^2 ne^2(\rho^2 + 1)}, \\
\Gamma_{22}^2 &= -\frac{(ne^2 - no^2)\text{sen}^2(2\theta)}{2 no^2 ne^2(\rho^2 + 1)},
\end{aligned} \tag{4.18}$$

tais que $\theta = 2 \arctan(\rho/\rho_0)^N$. Dessa forma após calcular os símbolos de Christoffel e inserir na equação 4.15, obtemos o sistema de equações diferenciais acoplado

$$\left\{ \begin{aligned}
&\frac{d^2\rho(t)}{dt^2} - \frac{(ne^2 - no^2)}{no^2 ne^2(1+\rho(t))^2} [\text{sen}(2\theta)(no^2\text{sen}^2(\theta) + ne^2\text{cos}^2(\theta))\left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right)^2 + (2\text{sen}(2\theta))^2 \\
&\quad \left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right) \frac{dz(t)}{dt} - 2no^2\text{cos}^2(\theta) - ne^2\text{sen}^2(\theta)\text{sen}(4\theta)\left(\frac{dz(t)}{dt}\right)^2] = 0 \\
&\frac{d^2z(t)}{dt^2} - 2\frac{(ne^2 - no^2)}{no^2 ne^2(1+\rho(t))^2} [no^2\text{cos}^2(\theta)(2 - \text{cos}^2(\theta)) + ne^2(\text{cos}^4(\theta) - no^4)\left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right)^2 + \\
&\quad 2\text{sen}(2\theta)(no^2\text{sen}^2(\theta) + ne^2\text{cos}^2(\theta)) - \left(\frac{d\rho(t)}{dt}\right)\left(\frac{dz(t)}{dt}\right) + \frac{\text{sen}^2(2\theta)}{4}\left(\frac{dz(t)}{dt}\right)^2] = 0.
\end{aligned} \right. \tag{4.19}$$

Atribuimos o valor 1 para ρ_0 , N fazemos igual a 1 e para as constantes n_e e n_o não serão atribuídos valores agora, pois futuramente estes valores podem variar, devido a possibilidade de assumirem atributos específicos relacionados as condições físicas e materiais.

As soluções numéricas do sistema de equações 4.19 que correspondem as trajetórias da luz (geodésicas), foram obtidas numericamente pelo método de Runge-Kutta de acordo com as seguintes condições iniciais

$$\begin{aligned} z(0) &= 0; \frac{dz}{dt}(0) = 1 \\ \rho(0) &= 0.1; \frac{d\rho}{dt}(0) = 0, \end{aligned} \quad (4.20)$$

Para exibir graficamente tais soluções utilizamos como substrato um padrão intuitivo, obtido através da equação do diretor, cujos traços representam a orientação das moléculas do nemático na presença do Skyrmion (figura 4.2). Devido à simetria deste “campo vetorial” consideramos apenas as moléculas no plano $\rho \times z$.

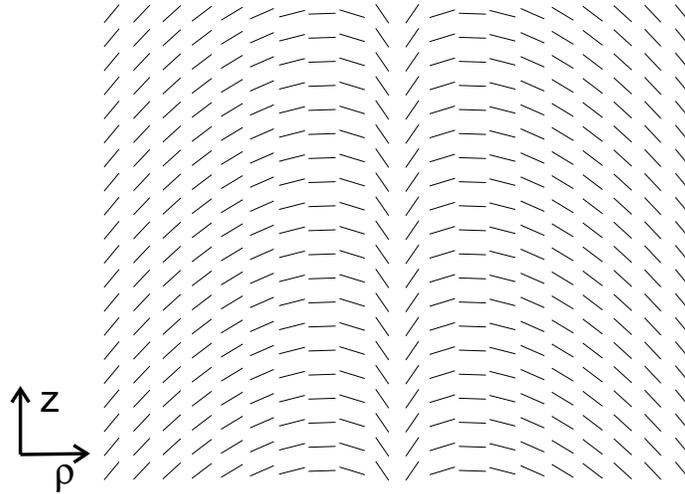


Figura 4.2: Estrutura do Skyrmions formado por linhas tracejadas que representam as moléculas presentes no nemático cuja orientação segue um padrão caracterizado por linhas que se deslocam do centro até as extremidades.

Na figura 4.3 temos algumas trajetórias obtidas como resultado da resolução dos sistema de equações. Os parâmetros utilizados para as constantes ne e no corresponderam a 1,63 e 1,94 respectivamente, e um ângulo de incidência de 0° , sendo o ângulo de incidência medido a partir do eixo vertical.

Na situação apresentada na figura 4.4 temos as trajetórias para diferentes ângulos de incidência dados por 0° , 6° , 11° e 17° . Onde observamos que para ângulos de incidência situados entre 0° e o ângulo ao qual chamaremos de crítico, pois corresponde ao ângulo de

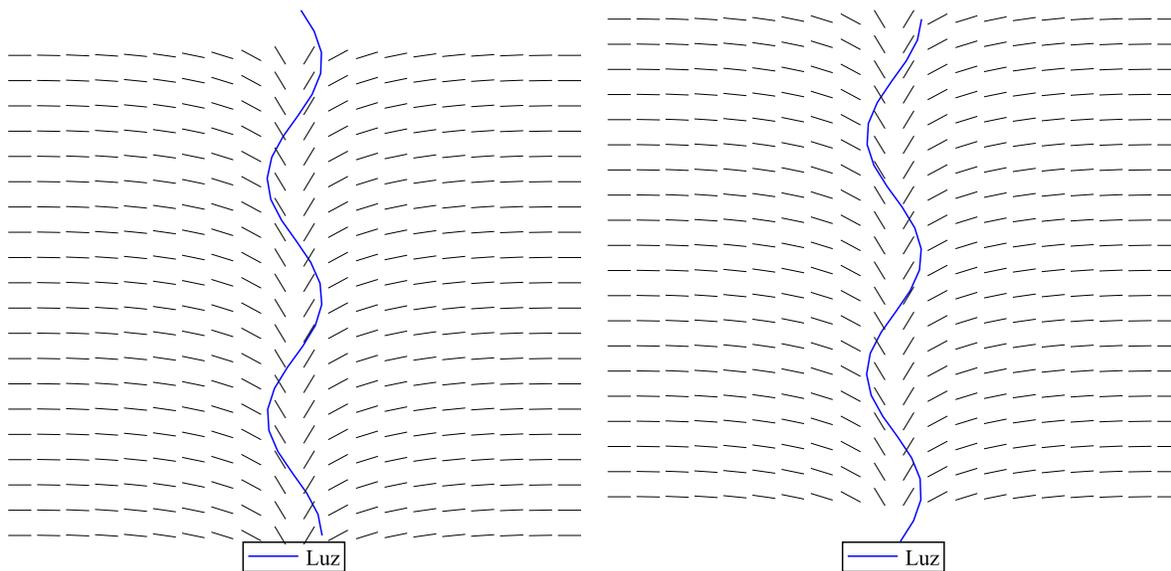


Figura 4.3: Trajetória da luz com ângulo de incidência de 0° , em diferentes sentidos de propagação (figura da esquerda de baixo para cima e a da direita de cima para baixo).

incidência limite que determina o confinamento da luz na estrutura formada pelo Skyrmion, a luz tenderá a ficar confinada mesmo que estas incidências não ocorram paralelamente ao eixo de simetria do Skyrmion, exceto para situação onde a incidência for maior que o suposto ângulo crítico.

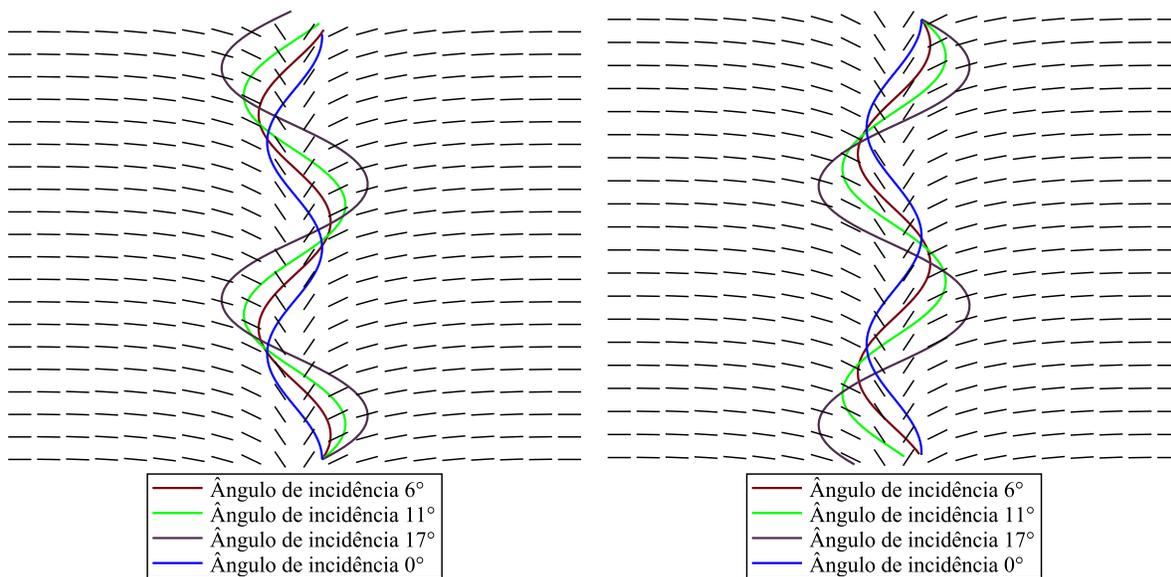


Figura 4.4: Propagação da luz com diferentes ângulos de incidência.

Analisando a figura 4.4 vemos dois gráfico, no gráfico da esquerda podemos ver a luz se propagando no sentido de baixo para cima, já no da direita vemos o contrário, de cima para baixo. Nestes gráficos observamos que o raio de cor violeta representado pelo ângulo de 17° , apresenta uma amplitude de oscilação do feixe de luz maior que o raio verde, o qual por sua vez apresenta amplitude maior que o vermelho e assim sucessivamente, isso mostra que quanto maior o ângulo de incidência, mais a luz tenderá a escapar do Skyrmion, sendo observado que a partir de um ângulo limite (ângulo crítico) igual a $37,82^\circ$, com uma precisão da ordem de 10^{-2} graus, a luz não se mantem confinada no Skyrmion, para os valores de $n_e = 1,63$ e $n_o = 1,94$.

Em relação a figura 4.5 apresentada abaixo, temos o gráfico do ângulo de incidência máximo (ângulo crítico) para que ocorra o confinamento como função da anisotropia ($\Delta n = n_o - n_e$), neste gráfico observamos que quanto maior a anisotropia maior será o angulo crítico, quando a anisotropia é nula não existe um ângulo crítico, pois nesse momento temos um material isotrópico ($n_e = n_o$).

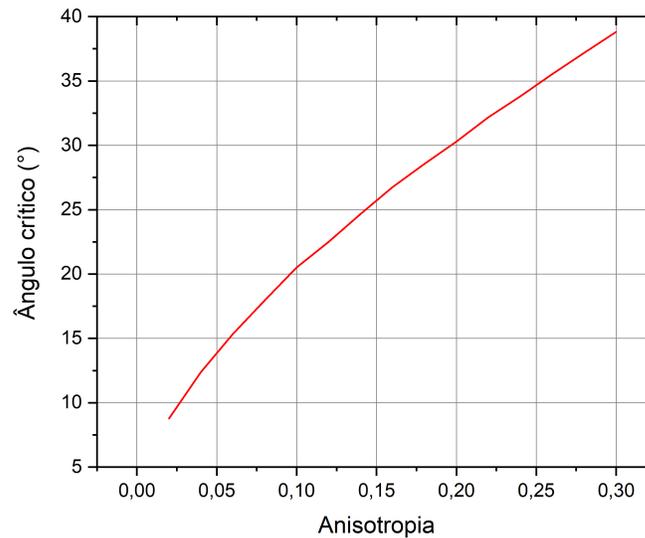


Figura 4.5: Ângulo crítico em função da anisotropia.

4.2 Influência da temperatura na propagação da luz no cristal líquido com Skyrmion.

A temperatura pode influenciar muito quando se fala em confinamento de luz em cristais líquidos nemáticos, pois interfere na birrefringência do material produzindo pequenas alterações nos índices de refração (n_e e n_o) o que contribui para mudanças no caminho médio da luz. Conforme apresentado por Sebastia [10], existem algumas relações entre a temperatura e os índices de refração ordinário e extraordinário, tal correlação pôde ser determinada partindo da equação de Lorentz-Lorenz, onde por meio de manipulações matemáticas foi possível obter as equações

$$n_o(T) = A - BT + \frac{2(\Delta n)_0}{3} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta, \quad (4.21)$$

$$n_e(T) = A - BT - \frac{(\Delta n)_0}{3} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta, \quad (4.22)$$

tais que A , B e β são parâmetros que dependem do material e $(\Delta n)_0$ corresponde a birrefringência do material em condições normais de temperatura e pressão.

Por tanto com o objetivo de tornar o estudo, aqui apresentado, mais preciso se procurou avaliar um cristal líquidos nemático específico, o 5CB também conhecido como 4-cyano-4-n-pentylbiphenyl, o qual apresenta os parâmetros, acima mencionados, conforme a tabela com

Constantes	Valores
A	1,7674
B (K^{-1})	$5,79 \cdot 10^{-4}$
$(\Delta n)_0$	0,3505
β	0,1889

Tabela 4.1: Parâmetros para determinação dos índices de refração em função da temperatura para o cristal líquido 5CB, para o comprimento de onda da luz $\lambda = 589 \text{ nm}$ [10].

os quais foram obtidos os índices de refração dependentes da temperatura, obtendo assim as trajetórias da luz também dependentes da temperatura, tais índices contribuíram para que

fosse possível observar algumas particularidades envolvidas no processo de propagação da luz.

Foi observado que em temperatura mais baixas se verifica uma birrefringência maior do que em temperaturas maiores, ou seja, em determinados casos onde a temperatura aumenta, o cristal líquido nemático apresentará uma birrefringência menor (tendendo a zero) o que contribui para afirmar que o meio está se tornando isotrópico, onde seus índices de refração extraordinários (n_e) e ordinários (n_o) se aproximam da igualdade, conforme pode ser observado no gráfico 4.6, obtido por meio da equação

$$\Delta n = (\Delta n)_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\beta. \quad (4.23)$$

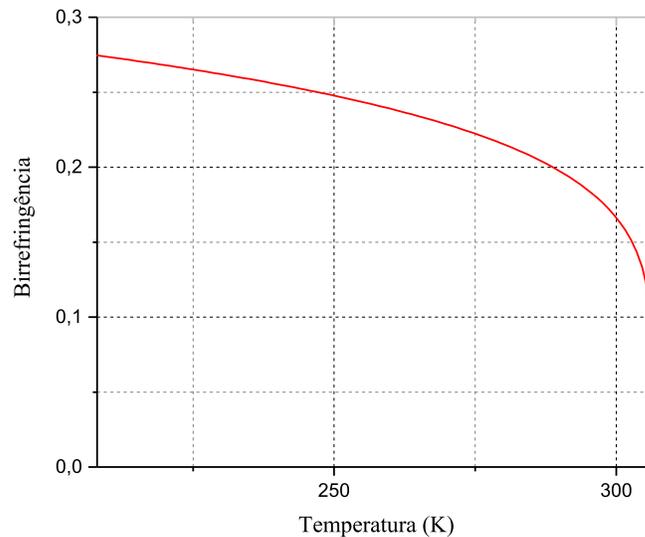


Figura 4.6: Birrefringência em função da temperatura.

Na figura 4.7 podem ser vistos dois feixes de luz que exibem perfis de propagação da luz na estrutura formada pelo Skyrmion e o nemático, onde observamos que o perfil em vermelho se apresenta com a temperatura igual a $208K$ ($65,17^\circ C$) e o perfil em azul com a temperatura de $306,58K$ ($33,43^\circ C$), bem próxima da transição de fase, nesta figura vemos que a luz permanece confinada quando o ângulo de incidência é igual a 0° , 6° e 11° , no entanto quando o ângulo é igual a 17° observamos que a luz, que se encontra a $306,6K$, tende a escapar da estrutura, o que mostra que em altas temperaturas o ângulo crítico de

incidência da luz tende a ser menor do que em temperaturas menores, já que o feixe de luz que se propaga com temperatura igual a $208K$ continua confinado, apresentando assim um ângulo crítico superior ao feixe que se propaga com temperatura maior.

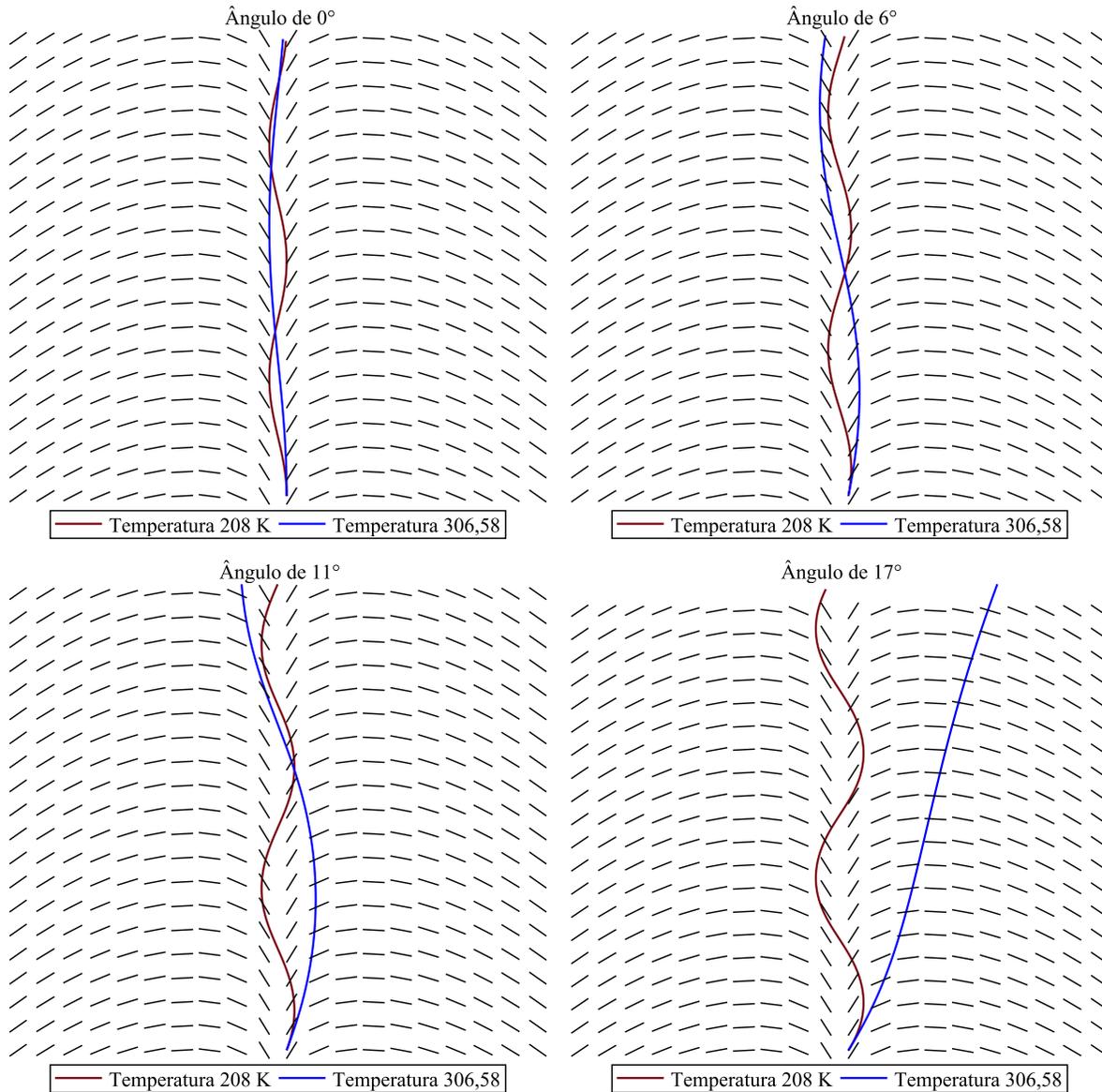


Figura 4.7: Perfil de propagação da luz no nemático a temperatura de $208K$ ($33,43^{\circ}C$) e $306,58K$ ($33,43^{\circ}C$) respectivamente, quando a luz incide com diferentes ângulos.

Observando os dois vemos que a propagação ocorre de maneira diferente, pois é possível ver nos dois que a luz faz uma certa amplitude de oscilação, na qual a luz propaga estabelecendo um certo confinamento, onde se observa que esta amplitude é maior quando a

temperatura é de $208K$ e menor quando a temperatura é $306,6K$, isto se deve ao fato da birrefringência apresentada pelo feixe azul ser menor que a do feixe vermelho, caso a temperatura continue aumentando, a luz tenderá a alterar a sua trajetória ainda mais, o que indica que quando a birrefringência for nula, ou seja, os raios extraordinários e ordinários são iguais e assim teremos caracterizado o meio isotrópico.

Conhecer a temperatura a qual está sendo submetido o cristal líquido com o Skyrmion consiste em um importante mecanismo de controle de confinamento da luz, pois possibilita garantir elementos propícios para o confinamento tomando como base alterações na birrefringência. Situações em que a temperatura de transição máxima é atingida, como por exemplo o caso do cristal líquido nemático *5CB* que apresenta temperatura de transição igual a $306,6K$, caso a incidência da luz ocorra mediante uma temperatura igual a $298K$ ($25^\circ C$), será observada a propagação mostrada na figura 4.8 em vermelho, no entanto se a temperatura for igual a $306,6K$ ($33,6^\circ C$), observa-se que o perfil mostra um linha reta, isso se deve ao fato do meio apresentar sua birrefringência nula, por tanto podemos dizer que ocorreu mudança de fase causada por conta do aumento da temperatura ao ponto crítico.

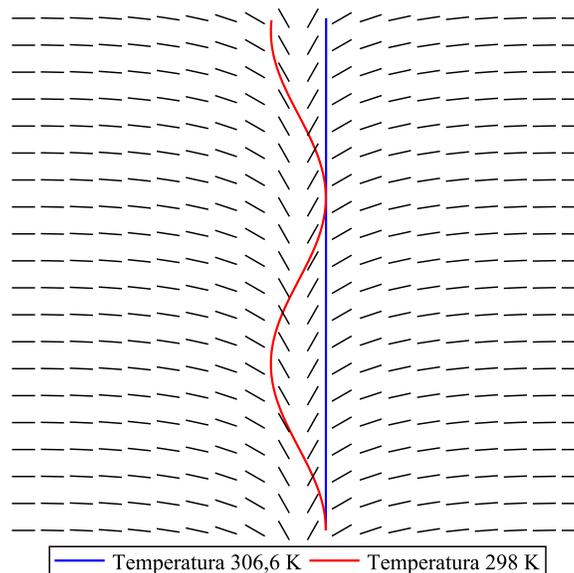


Figura 4.8: Comparação sobre a incidência de luz em condições de temperatura ambiente ($25^\circ C$) e ($33,6^\circ C$).

Existe a possibilidade da temperatura interferir no ângulo de incidência, pois a bir-

refringência, a qual depende da temperatura, promove alterações neste ângulo. Para este estudo se tomou como base a teoria apresentada por Sebastia [10] mencionada anteriormente, a qual procura relacionar a temperatura com os índices de refração ordinário e extraordinário por meio das equações 4.21 e 4.21, as quais apresentam constantes específicas para cada material estudado. Usando os dados obtido experimentalmente por [10] para os cristais líquidos *5CB*, *5PCH* e *MLC – 6241 – 000* apresentados conforme a tabela 4.2.

Cristal líquido	A	B(K ⁻¹)	(Δn) ₀	β	Temperatura crítica
5CB	1,7674	0,000579	0,3505	0,1889	306,6
5PCH	1,6795	0,000507	0,1703	0,1512	325,9
MLC-6241-000	1,6233	0,0004	0,1224	0,2234	373,7

Tabela 4.2: Parâmetros para o cálculo dos índices de refração em função da temperatura conforme [10], adotando o comprimento de onda da luz igual a $0,589\mu m$.

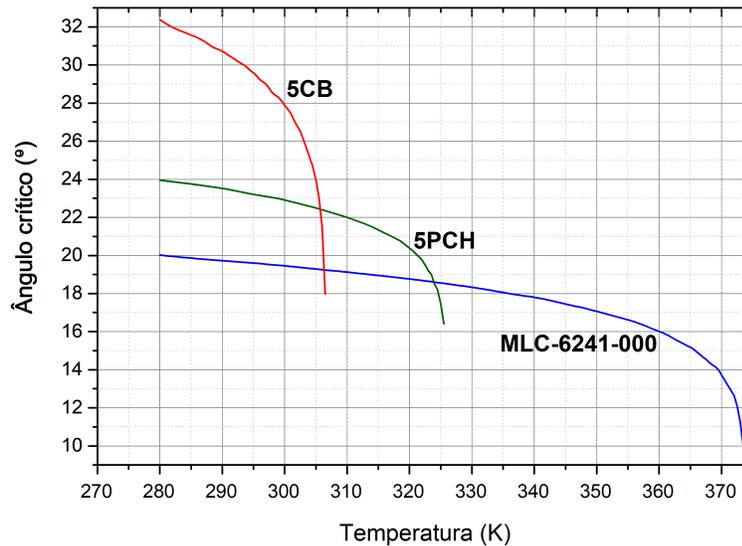


Figura 4.9: Variação do ângulo de incidência crítico da luz em relação a temperatura para os cristais líquidos *5CB*, *5PCH* e *MLC – 6241 – 000*.

Calculamos os índices de refração em função da temperatura, onde inserimos os mesmos no sistema de equações acoplado 4.19, obtendo assim a trajetória da luz em função da tempe-

ratura. Buscamos incidir a luz em diferentes ângulos por meio de variações de temperatura a partir $280K$ que corresponde a $7^{\circ}C$ e a temperatura crítica para cada CL.

Ao ser observado que a luz escapou em determinado ângulo, o ângulo anterior ao qual a luz ainda estava confinada foi registrado e posteriormente feita a variação da temperatura de 280 para a seguinte, com uma precisão da ordem de 10^{-1} , onde foi realizada nova leitura do ângulo crítico e posterior registro, procedendo assim sucessivas vezes. Com os dados foi construído o gráfico (figura 4.9) que apresenta os três tipos de cristais líquidos utilizados.

Este gráfico mostra o ângulo crítico em função da temperatura, tal que fica claro que quanto maior a temperatura menor será o ângulo de incidência da luz, isso quer dizer que em situações cuja temperatura esteja alta é conveniente incidir a luz com um ângulo menor.

4.3 Efeito do comprimento de onda da luz no perfil de propagação.

Assim como a temperatura interfere nos raios ordinários e extraordinários o comprimento de onda da luz também pode causar alterações nestes raios, proporcionando mudanças no seu perfil de propagação. No trabalho apresentado por Jun Li [54], são propostos dois modelos para descrever os índices de refração em função dos comprimentos de onda da luz, chamados de modelos de Cauchy, são baseados no modelo de três bandas para os índices de refração dependentes do comprimento de onda e da temperatura de cristais líquidos anisotrópicos, eles se dividem em modelos com dois e três coeficientes (parâmetros), onde segundo Jun Li o modelo de três coeficientes apresenta resultados experimentais mais precisos do que o modelo com dois. O modelo com dois coeficientes pode ser visto como sendo representado matematicamente pelas equações

$$n_e = A_e + \frac{B_e}{\lambda^2}, \quad (4.24)$$

$$n_o = A_o + \frac{B_o}{\lambda^2}, \quad (4.25)$$

e o modelo com três coeficientes (parâmetros) pode ser representado por

$$n_e = A_e + \frac{B_e}{\lambda^2} + \frac{C_e}{\lambda^4} \quad (4.26)$$

$$n_o = A_o + \frac{B_o}{\lambda^2} + \frac{C_o}{\lambda^4} \quad (4.27)$$

onde A_e , A_o , B_e , B_o , C_e e C_o são parâmetros relacionados a cada banda através das equações

$$A_e = 1 + g_{0e}\lambda_0^2 + g_{1e}\lambda_1^2 + g_{2e}\lambda_2^2, \quad (4.28)$$

$$B_e = g_{0e}\lambda_0^4 + g_{1e}\lambda_1^4 + g_{2e}\lambda_2^4, \quad (4.29)$$

$$C_e = g_{0e}\lambda_0^6 + g_{1e}\lambda_1^6 + g_{2e}\lambda_2^6, \quad (4.30)$$

e

$$A_o = 1 + g_{0o}\lambda_0^2 + g_{1o}\lambda_1^2 + g_{2o}\lambda_2^2, \quad (4.31)$$

$$B_o = g_{0o}\lambda_0^4 + g_{1o}\lambda_1^4 + g_{2o}\lambda_2^4, \quad (4.32)$$

$$C_o = g_{0o}\lambda_0^6 + g_{1o}\lambda_1^6 + g_{2o}\lambda_2^6, \quad (4.33)$$

os quais estão relacionados aos comprimentos de onda λ_i e a intensidade de transição g_i .

No trabalho apresentado por Jun Li [54], os coeficientes A_e , A_o , B_e , B_o , C_e e C_o do CL 5CB para o modelo de três parâmetros são expressos conforme a tabela 4.3.

Modelo	A_e	B_e	C_e	A_o	B_o	C_o
Cauchy com três coeficientes	1,6795	0,0048	0,0027	1,5174	0,0022	0,0011

Tabela 4.3: Parâmetros para o cristal líquido 5CB para o modelo de Cauchy com três parâmetros a temperatura de 25, 1°C.

Com objetivo de mostrar o comportamento da luz diante de alterações impostas pela natureza da mesma, procuramos através dos dados apresentados na tabela 4.3 e por meio do modelo de Cauchy com três coeficientes determinar o caminho médio percorrido pela luz em diferentes comprimentos de onda da luz (Vermelho $450nm$, verde $486nm$, azul $546nm$, preto $589nm$ e violeta $633nm$) na faixa do visível, obtendo assim o perfil apresentado na figura 4.10,

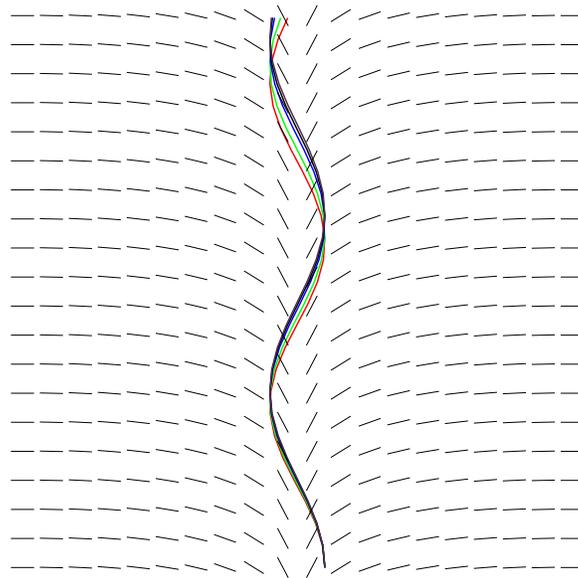


Figura 4.10: Diferentes comprimentos de onda para a luz: Vermelho $450nm$, verde $486nm$, azul $546nm$, preta $589nm$ e violeta $633nm$.

que mostra que para estes comprimentos de onda a luz tenderá a ficar confinada no cristal líquido.

No entanto como analisado anteriormente para a temperatura, o ângulo crítico de incidência da luz pode também sofrer alterações, para isso tomando o modelo de Cauchy com três parâmetros e a metodologia apresentada para aferição do ângulo crítico em função da temperatura, podemos construir um gráfico para o cristal líquido 5CB (figura 4.11), no qual observamos que ao aumentarmos o comprimento de onda da luz o ângulo crítico tende a diminuir, isto ocorre devido ao índice de refração ordinário e extraordinário se aproximarem da igualdade ($n_e = n_o$) fazendo a birrefringência se torna nula, isto é quando a birrefringência se aproxima de zero o ângulo crítico se aproxima de zero também. Quando o comprimento de

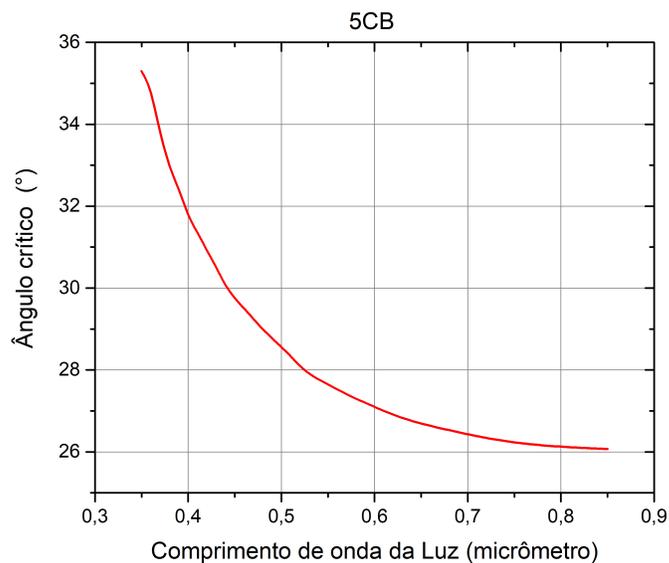


Figura 4.11: Ângulo crítico em função do comprimento de onda para o cristal líquido 5CB.

onda extrapola a faixa do visível situada entre $0,4\mu m$ e $0,7\mu m$, a birrefringência ($n_e - n_o$) se torna constante como pode ser visto no gráfico (figura 4.12).

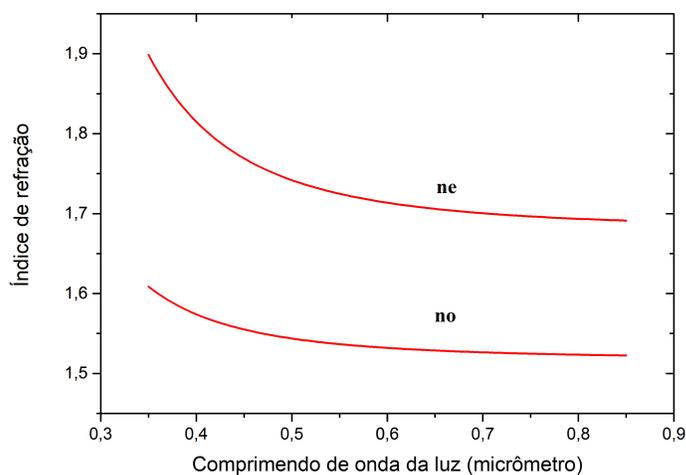


Figura 4.12: Índices de refração em função do comprimento de onda, para o CL 5CB quando $T = 25,1^\circ C$, usando o modelo de Cauchy para três parâmetros .

Capítulo 5

Conclusão e Perspectiva

Este capítulo tem como objetivo rever de maneira resumida o trabalho desenvolvido nessa dissertação, apresentando o método utilizado durante o estudo e discutindo os efeitos que a luz pode apresentar quando é inserida em um cristal líquido que apresenta o Skyrmion como estrutura localizada.

Estudamos o comportamento da luz em um cristal líquido nemático com uma estrutura localizada, conhecida como Skyrmion, em função de condições físicas específicas como temperatura e comprimento de onda da luz. Onde percebemos que a temperatura influencia expressivamente os índices de refração ordinário e extraordinário, os quais interferem na birrefringência do material.

Nosso trabalho versou em obter e analisar o perfil de propagação da luz em um nemático, no qual é embutida uma estrutura localizada, conhecida como Skyrmion. Para a concretização deste estudo usamos como princípio básico a teoria do contínuo ou energia livre de Frank-Oseen, que consiste em uma função que depende das deformações elástica admissíveis em um cristal líquido nemático, denominadas de splay, twist e bend, se tratando de uma formulação intuitiva, pois apresenta o diretor $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ como um vetor, tal que este determina a direção média das moléculas presentes no cristal líquido. Em se tratando do Skyrmion $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ corresponderá as coordenadas de um ponto arbitrário no espaço tridimensional em coordenadas polares, tal que \mathbf{r} é dado também em coordenadas polares, porém no plano.

Tomamos como condições de contorno $n(0) = (0, 0, 1)$ e $n(r) = (0, 0, -1)$, onde $|r| \rightarrow \infty$,

tais que para moléculas localizadas no centro da estrutura teremos o diretor apontando para baixo, já para um ponto situado a uma distância r do centro o diretor apontará para cima, tendo como resultado um Skyrmion tridimensional. No entanto para o estudo realizado propomos planificar o Skyrmion em um plano ($\rho \times z$). Com estas condições e observando que o Skyrmion contorna o eixo z em 2π radianos com aproximação de uma constante elástica, ou seja, partindo do princípio de que todas as constantes K_1 , K_2 e K_3 são iguais a K caminhamos para a resolução, onde primeiro minimizamos o funcional obtido através da energia livre, de tal forma que recorremos para o cálculo variacional, por meio da equação de Euler. Como nosso objetivo foi realizar o estudo no plano $\rho \times z$, atribuímos $\psi = 0$, $N = 1$ e $\rho_0 = 1$, o que nos levou a solução $\theta(\rho) = 2 \cdot \arctan(\rho)$, sendo esta usada para criar o perfil do Skyrmion no plano.

Com esta solução para o Skyrmion no plano partimos para determinar o caminho médio percorrido pela luz, então fazendo uso do princípio de Fermat, o qual afirma que a luz tenderá a percorrer o menor caminho óptico entre dois pontos P_1 e P_2 e por outro lado sabendo que da geometria de Riemann $\int ds$ é o menor comprimento de um ponto A até um ponto B , afirmamos que o menor caminho óptico entre dois pontos P_1 e P_2 corresponde a $\int ds$, tal que por meio de manipulações matemáticas determinamos uma expressão que contribui para encontrar os valores das componentes da métrica, construímos assim uma matriz de dimensão 2×2 através da qual iniciamos a busca pelas geodésicas, que como foi visto anteriormente correspondem ao menor caminho óptico percorrido pela luz.

Diante das análises realizadas e das comprovações que tivemos, podemos afirmar que a luz permanece confinada na estrutura do Skyrmion quando este é tratado como estrutura localizada, apresentando um caráter oscilatório dentro dos limites do Skyrmion.

Isto porque ao inserirmos a luz em diferentes posições em relação ao centro do Skyrmion, observamos que a mesma tende a convergir para o mesmo, proporcionando uma oscilação em torno do centro da estrutura.

Observamos que a luz tende a ficar confinada no nemático com o Skyrmion diante de certas condições físicas, como a temperatura e o comprimento de luz, pois a temperatura influencia de maneira significativa os índices de refração n_e (extraordinário) e n_o (ordinário), os quais por sua vez influenciam na birrefringência do material, colaborando para mudanças

nos perfis de propagação da luz, ou seja, em temperatura baixas, onde a fase nemática se faz presente, observamos que a luz tende a ficar confinada com facilidade, enquanto que sob condições de alta temperatura ela tende a escapar facilmente. No que diz respeito aos comprimentos de onda da luz, vemos que ocorre uma maior dificuldade em manter confinada a luz na estrutura, quando o comprimento de onda é maior. O que nos leva acreditar na possibilidade de confinar a luz no Skyrmion utilizando condições física como parâmetro de controle, possibilitando uma maior eficiência durante o processo.

Sabendo que a luz possui componentes magnéticos e elétricos, e que as mesmas podem intervir no diretor, mais precisamente a componente elétrica poderá produzir uma rotação infinitesimal do eixo principal da molécula, ou seja, um leve torque poderá ser produzido devido a interação do campo elétrico com a molécula, o que poderá refletir em mudanças na propagação da luz. Com esta opinião surge uma nova esperança de estudo futuro, que consistirá em poder dominar-se a propagação da luz de maneira mais eficaz na estrutura formada pelo nemático e o Skyrmion, possibilitando um campo maior de aplicação.

Apêndice A

Confinamento da Luz em Cristais Líquidos

O confinamento da luz no cristal líquido nemático ocorrerá em um horizonte de eventos, onde devido a mudanças no caráter geométrico da estrutura seja possível confinar a luz. Por meio da geometria de Riemann determinar os efeitos que esta luz sofrerá devido a essas mudanças, tal que se tomará como foco principal algumas propriedades relativas a propagação da luz.

Adotando como base o estudo apresentado por Volkov et al [55] e Caio [50], onde são apresentadas equações que descrevem as trajetórias de ondas eletromagnéticas no espaço riemanniano com uma métrica arbitrária, tais estudos podem ser direcionado para determinar o comportamento da luz com relação a sua propagação.

Para dar início definimos a métrica como uma distância e portanto deverá ser positiva, simétrica, isto é, a distância entre a e b deve ser igual a distância entre b e a e satisfazer a desigualdade triangular, $d(a, b) \leq d(a, c) + d(c, b)$ para um ponto c qualquer situado no mesmo plano em que a e b estejam contidos, um exemplo bem conhecido é a reta dos números reais [56]. A métrica está relacionada com uma variedade riemanniana que corresponde a um par (E, g) onde E é uma variedade diferenciável e g a métrica riemanniana, sendo a variedade riemanniana definida como

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij}(x) dx^i dx^j, \tag{A.1}$$

onde $g_{ij}(x)$ corresponde a um tensor covariante em função da posição, sendo seu contravariante designado por $g^{ij}(x)$ [57].

A.1 Guias

Os guias de ondas em cristais líquidos começaram a ser estudados a partir do início dos anos 70, porém o interesse nessa área só aumentou nos anos 90 onde se focou no estudo da dispersão da luz, perdas ópticas, moduladores eletro-ópticos e defletores de feixe, guias de ondas de cristal líquido óptico não linear e efeitos fotoinduzidos, guias de ondas de cristal líquido ferroelétricas, Filmes sólidos finos para óptica integrada baseada em cristais líquidos ferroelétricos e estudos de modo guiado óptico de alinhamento de cristal líquido [58].

Segundo a definição apresentada por Georgi [59], os guias são estruturas que de maneira praticamente forçada tem a capacidade de propagar ondas em uma direção predeterminada, em outras palavras se trata de uma estrutura semelhante a um tubo, no qual é possível se propagar ondas em seu interior sem que estas escapem do seu núcleo.

Nos cristais líquidos a definição de guias de ondas é um pouco diferente, segundo Yufei [60] este dispositivo é formado por um material de índice de refração elevado e revestido com outro material cujo o mesmo índice é inferior, este contraste entre os dois índices produz no centro da estrutura uma situação conhecida como reação interna total (RIT) a qual tem como efeito o confinamento da luz.

Uma maneira de entender um guia de ondas, consiste em considerar oscilações transversais em uma membrana em forma de fita infinita com densidade de massa superficial ρ_s e tensão superficial T_s , no plano $x \times y$ e limitada por $y = 0$ e $y = l$ na vertical e na horizontal por $-\infty < x < \infty$. Nos cálculos apresentados por Georgi [59], é possível prever que o movimento de propagação da onda no interior do dispositivo se dar em forma de oscilações como a apresentado na figura A.1.

Como a luz se trata de uma onda eletromagnética e por isso sua interação com materiais dielétricos é regida pelas equações de Maxwell, onde neste caso a corrente elétrica não se

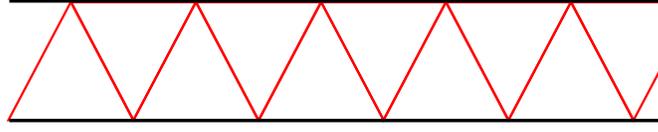


Figura A.1: Propagação de uma onda no interior de um guia de ondas

apresenta, sendo assim temos o conjunto de equações

$$\nabla \times \vec{E}(x, y, z) = -j\omega\mu_0\vec{H}(x, y, z), \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \times \vec{H}(x, y, z) = -j\omega\varepsilon\vec{E}(x, y, z), \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon(x, y, z)\vec{E}(x, y, z)) = 0, \quad (\text{A.4})$$

$$\nabla \cdot \vec{H}(x, y, z) = 0, \quad (\text{A.5})$$

com as devidas condições de contorno, as soluções destas equações consistirão em uma superposição de soluções de modos próprios, os quais segundo Yufei [60], são ondas de propagação ou evanescentes em que sua forma transversal é invariante no momento da sua propagação, tal que um modo próprio que se propaga na direção x , pode ser representado pelas expressões

$$E(x, y, z) = e(x, y)e^{-j\beta x}, \quad (\text{A.6})$$

$$H(x, y, z) = h(x, y)e^{-j\beta x}, \quad (\text{A.7})$$

onde $e(x, y)$ e $h(x, y)$ são os modos próprios no plano e β uma constante do modo próprio.

Um outro elemento que determina características específicas do modo é o índice efetivo $n_f = \beta/k_0$, este índice depende da constante de propagação da luz k_0 , a qual depende exclusivamente do comprimento de onda da luz, quando o índice efetivo é maior do que o índice de refração do revestimento, o modo é guiado no interior do guia de ondas. Com

base em Todas essas definições e explicações é claro comprovar, conforme Jewell [58] que o confinamento da luz em cristais líquidos é governado pela lei de Snell.

Em cristais líquidos os guias de ondas são utilizados com objetivo de controlar a propagação da luz, por meio do seu confinamento em limites pré-estabelecidos, os quais podem ser obtidos por meio de alterações na estrutura do cristal líquido. Um bom exemplo é citado por Kasia [61], onde usando um campo elétrico se consegue alterar o índice de refração em um ponto localizado de uma estrutura de cristal líquido nemático, tendo como resultado a presença de estruturas conhecidas como sólitons discretos, os quais são soluções de determinadas equações diferenciais parciais não lineares também chamadas de ondas estacionária e solitárias [62].

A.2 Lentes e efeito de lentes

As lentes são estruturas ópticas usadas desde tempos remotos em instrumentos científicos, como por exemplo lunetas e microscópios, ou ainda em ferramentas que facilitam a visão no dia-dia como os óculos e lunetas. O dicionário Aurélio afirma que as lentes se tratam de um corpo transparente o qual apresenta como limites duas superfícies refratoras onde as duas podem ser curvas ou apenas uma curva. Se dividem em lentes convergentes, as quais possuem sua espessura no centro maior que as bordas e lentes divergentes são mais delgadas no centro que nas bordas.

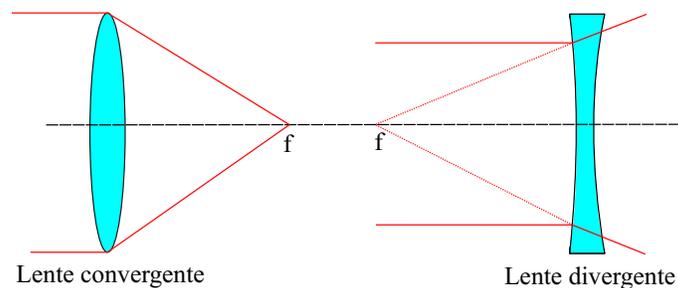


Figura A.2: Tipos de Lentes.

As lentes ainda podem receber outra denominação conforme o local onde o foco é formado, para tanto considere um eixo cartesiano onde a lente é posicionada na origem caso o foco seja formado depois da lente, no lado positivo do eixo, a lente é dita positiva, mas se o

foco se forme antes da lente, no lado negativo do eixo, a lente é negativa [63]. Portanto podemos dizer que as lentes convergentes são chamadas de lentes positivas enquanto as lentes divergentes são conhecidas como negativas.

O efeito de lentes surge principalmente em sistemas gravitacionais, no entanto através de uma analogia com a matéria condensada, devido ao fato de ambos apresentarem defeitos topológicos oriundos de processos físicos, como o fato que mostra a existência de cordas cósmicas em comparação com o defeito topológico do tipo disclinação presente em cristais líquidos, devido a mudanças de fase proporcionada por alterações na temperatura. Em sistemas gravitacionais tal efeito recebe o nome de lentes gravitacionais, que segundo [64] se trata de um fenômeno astrofísico motivado pelo fato da luz ser afetada pela distribuição de massa do universo, ou seja, conforme os fótons percorrem o universo suas trajetórias são alteradas pelos efeitos da gravitacionais provenientes de outros corpos celestes.

A.3 Autofoco e reorientação

O autofoco ocorre quando um feixe de luz intenso modifica as propriedades ópticas de determinado material de tal forma que a luz é conduzida a um foco no interior do material [65]. Na figura A.3 é apresentado o processo de autofoco de maneira esquemática, de forma geral o feixe de laser (em vermelho) entra na região, onde está situado o material que proporcionará o autofoco, em seguida ocorre uma variação no índice de refração dentro do material com índice de refração maior no interior do que na região mais externa do material. fazendo com que o material se comporte como uma lente positiva, contribuindo para que a luz apresente uma região de foco na estrutura.

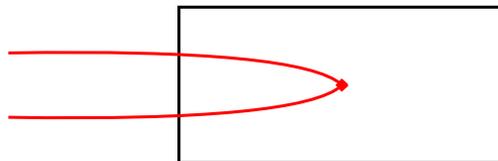


Figura A.3: Auto-foco da luz.

Os cristais líquidos encontram numerosas aplicações, pois apresentam grande facilidade em mudar a orientação das suas moléculas frente a processos físicos e químicos, a reorientação

pode ser influenciada por mecanismos térmicos, fotoindutivos ou através de campos externos como elétrico ou magnético. Os efeitos térmicos são de grande importância em cristais líquidos, pois influenciam em parâmetros como a densidade de massa, o parâmetro de ordem, índice de refração e nas constantes relativas a energia livre de Frank [66]. A fotoindução vem sendo estudada a muito tempo e durante estes estudos se descobriu a existência de dois tipos fundamentais de reorientação óptica: primeiro a reorientação pode ser causada por efeitos em massa e segundo a reorientação pode ser causada devido aos efeitos de modificação fotogeradas nas condições de ancoragem nos limites do cristal de líquido [67].

Referências Bibliográficas

- [1] Otto lehmann - flussige kristalle und ihr scheinbares leben. <https://histech.org/aufsätze/otto-lehmann/>. acessado em 18/03/2017.
- [2] Invention history of liquid crystal display (lcd). <http://www.circuitstoday.com/invention-history-of-liquid-crystal-display-lcd>. acessado em 18/03/2017.
- [3] Chemistry the central science liquids and intermolecular forces - liquid crystals. <http://schoolbag.info/chemistry/central/105.html>. acessado em 04/05/2017.
- [4] Pierre-gilles de gennes - biográfico. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1991/gennes-bio.html. acessado em 12/08/2017.
- [5] Lev landau - biográfico. https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1962/landau-bio.html. acessado em 12/08/2017.
- [6] Introduction to liquid crystals. http://barrett-group.mcgill.ca/tutorials/liquid_crystal/LC01.htm. acessado em 04/05/2017.
- [7] Bots-incredible crystal and liquid crystal microscopy by vance williams. <https://artthescience.com/blog/2016/04/23/bits-vance-williams/>. acessado em 01/06/2017.
- [8] C. Anquetil-Deck and D.J. Cleaver. Competing alignments of nematic liquid crystals on square patterned substrates. pages 1–11, 2012.
- [9] Matthias Lehmann and Jens Seltmann. Low temperature enantiotropic nematic phases from v-shaped, shape-persistent molecules. 5(73):1–9, 2009.

- [10] Sebastia Li, Jun; Gauza and Shin-Tson Wu. Temperature effect on liquid crystal refractive indices. 96(1):19–24, 2004.
- [11] F. Reinitzer. Beitrage zur kenntniss des cholesterins. 9(421), 1888.
- [12] David A. Sluckin, Timothy J.; Dunmur and Horst Stegemeyer. *Crystals That Flow: Classic Papers From The History of Liquid Crystals*. Taylor and Francis, 2005.
- [13] A.M. Figueiredo Neto. The physics of lyotropic nematic liquid crystals. 22:85–91, 1992.
- [14] A.M. Figueiredo Neto and R.A. Salinas. *The physics of lyotropic liquid-crystals phase transitions and structural properties*. Instituto de física - Universidade de São Paulo, 2005.
- [15] Liu Ye-Hua and Li You-Quan. Dynamics of magnetic skyrmions. 24:1–16, 2014.
- [16] Otto Lehman. On flowing crystals. 4(462- 472):125–133, 1889.
- [17] Kosta Schinarakis. 125 years of liquid crystal research. 131:1–4, 2014.
- [18] M.G. Friedel. Les états mésomorphes de la matière. 18:273–474, 1922.
- [19] Order and disorder in nature. https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1991/press.html. acessado em 12/08/2017.
- [20] Forefathers of flat-panel display technology, to receive 2011 ieee jun-ichi nishizawa medal. http://www.ieee.org/about/news/2011/honors_ceremony/releases_nishizawa.html. acessado em 12/08/2017.
- [21] T Kroin. Cristais líquidos. 2(1):25–30, 1985.
- [22] Olena Rudko. Liquid crystalline polymerirs. uniaxial-biaxial nematic phase transition. 498:1–12, 2002.
- [23] L. A. Madsen, T.J. Dingemans, M. Nakata, and E.T.l Samulski. Thermotropic biaxial nematic liquid crystals. 94(14):145505–1–145505–4, 2004.

-
- [24] Carsten Tschierske and Demetri J. Photinos. Biaxial nematic phases. 20:4263–4294, 2010.
- [25] Fernando Ely, Marcos H. O. Hamanaka, and Alaide Pellegrini Mammana. Cristais líquidos colestéricos: A quiralidade revela as suas cores. 30(7):1776–1779, 2007.
- [26] Ivo M. Raimundo Jr. Daniel A. Winterbottom, Ramaier Narayanaswamy. Cholesteric liquid crystals for detection of organic vapours. 90:52–57, 2003.
- [27] D Andrienko. Introduction to liquid crystals. pages 11–15, 2006.
- [28] Wilhelmus Hendrikus de Jeu. *Physical properties of liquid crystalline materials*. Gordon and Breach, Science Publishers, 1980.
- [29] Deng-Ke Yang and Shin-Tson Wu. *Fundamentals of Liquid Crystal Devices. Wiley Series in Display Technology*. Wiley, 2006.
- [30] R.J.A. Tough and M.J. Bradshaw. The determination of the order parameters of nematic liquid crystals by mean field extrapolation. 44(3):447–454, 1983.
- [31] B.F. Oliveira. *Estudo numérico da formação e dinâmica de defeitos topológicos em cristais líquidos nemáticos*. PhD thesis, DF-UFPB, 2012.
- [32] Maurice Kleman and Oleg D. Lavrentovich. *Soft Matter Physics: An Introduction*. Springer-Verlag, 2003.
- [33] Yashwant Singh. Elasticity of thermotropic liquid crystals. 80:1026–1034, 2001.
- [34] C.W. Oseen. The theory of liquid crystals. 29(883):1–17, 1933.
- [35] F. C. Frank. I. liquid crystals. on the theory of liquid crystals. *Discuss. Faraday Soc.*, 25:19–28, 1958.
- [36] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics*. Cambridge University Press., 2002.
- [37] S. M. Kelly and M. O Neill. *Handbook of Advanced Electronic and Photonic Materials and Devices - Liquid crystals for electro-optic applications*. Academic Press, 2000.

-
- [38] Caio Satiro and Fernando Moraes. Temperature as a control parameter of the light trajectories in nematics with topological defects. 508:261–266, 2009.
- [39] Ivan Haller. Thermodynamic and static properties of liquid crystals. 10:103–118, 1975.
- [40] Achim Rosch and Christian Pfeleiderer. Single skyrmions spotted. 465:880–881, 2010.
- [41] T. H. R. Skyrme. A non-linear field theory. 260(1300):127–138, 1961.
- [42] S. Heinze and et all. Spontaneous atomic - scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions. 7:713–718, 2011.
- [43] Nagaosa N. and Tokura Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. 8:899–811, 2013.
- [44] D.J. Thouless. Topological quantum numbers in nonrelativistic physics. pages 1–13, 1997.
- [45] Niklas Romming, Christian Hanneken, Matthias Menzel, Jessica E. Bickel, Boris Wolter, Kirsten von Bergmann, André Kubetzka, and Roland Wiesendanger. Writing and deleting single magnetic skyrmions. *Science*, 341(6146):636–639, 2013.
- [46] I. Kézsmárki, S. Bordács, P. Milde, E. Neuber, L.M. Eng, J.S. White, H.M. Ronnow, C. D. Dewhurst, M. Mochizuki, K. Yana, H. Nakamura, D. Ehlers, V. Tsurkan, and A. Loidl. Néel - type skyrmion lattice with confined orientation in the polar magnetic semiconductor GaV_4S_8 . 14:1116–1123, 2015.
- [47] A. N. Bogdanov and U. K. Röβler. Skyrmions in nematic liquid crystals. 67:016602–1–016602–8, 2003.
- [48] P. J. Collings and M. Hird. *Introduction to Liquid Crystals Chemistry and Physics*. Taylor and Francis Ltd., 1997.
- [49] Caio Satiro and Fernando Moraes. Lensing effects in a nematic liquid crystal with topological defects. pages 1–6, 2005.

- [50] Caio Sático and Fernando Moraes. On the deflection of light by topological defects in nematic liquid crystals. 25:425 – 429, 2008.
- [51] Caio Sático. *Influência da Geometria na Propagação da Luz em Cristais Líquidos com Defeitos Topológicos*. PhD thesis, Universidade Federal da Paraíba, Joao Pessoa, 2007.
- [52] E. Bertschinger. Introduction to tensor calculus for general relativity. pages 1–34, 1999.
- [53] M.R. Spiegel. *Análise Vetorial: Coleção Schaum*. McGraw-Hill do Brasil, 1976.
- [54] Jun Li and Shin-Tson Wu. Two-coefficient cauchy model for low birefringence liquid crystals. 96(1):170–175, 2004.
- [55] A.M. Volkov et al. The propagation of electromagnetic waves in a riemannian space. 32:636–689, 1971.
- [56] Roberto Imbuzeiro Oliveira. *Topologia e espaços métricos*. IMPA., 2014.
- [57] Isaac Chaviel. *Riemannian Geometry: A modern Introduction*. Cambridge University Press., 2006.
- [58] S.A. Jewell. *Optical waveguide characterisation of hybrid aligned nematic liquid crystal cells*. PhD thesis, University of Exeter,UK, Exeter, 2002.
- [59] H. Georgi. *The physics of waves*. Prentice Hall., 1993.
- [60] Yufei Xing. Low power optical switching based on slot waveguide infiltrated with liquid crystal. Master’s thesis, Universiteit Gent, Faculteit Ingenieurswetenschappen en Architectuur., Belgium, 2013.
- [61] Kasia A. Brzdakiewicz and Mirek A. Karpierz. Discrete optical solitons in nematic liquid crystals. 421:61–68, 2004.
- [62] Dan Grahelj. Solitons in optics, 2010.
- [63] P.A. Tipler and Mosca G. *Física para cientistas e engenheiros*. Livros Técnico e Científico Editora., 2009.

-
- [64] T. Treu and et al. Gravitational lensing. pages 1–21, 2011.
- [65] P.L. Kelley. Self-focusing of optical beams. 15(26):1005–1007, 1965.
- [66] J.B. Poursamed and R.S. Hakobyan. Director reorientation in nematic liquid crystals due to thermomechanical effect. 372:4647–4649, 2008.
- [67] Palomares et al. L.O. Director reorientation in a nematic crystal with a photosensitive layer. 90:062503–1–062503–8, 2014.