



Universidade Federal Rural de Pernambuco

Departamento de Física

Pós-Graduação em Física Aplicada

Recife - PE

Abordagem não linear para a análise da locomoção humana

João Paulo Galdino Pessoa

João Paulo Galdino Pessoa

Abordagem não linear para a análise da locomoção humana

Dissertação submetida ao curso de Mestrado em Física Aplicada da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física Aplicada.

Orientador: Pedro Hugo Figueirêdo
Coorientador: Ramón Enrique Ramayo González

UFRPE

Recife - PE

26 de janeiro de 2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

P475a Pessôa, João Paulo Galdino
Abordagem não linear para a análise da locomoção humana /
João Paulo Galdino Pessôa. – 2017.
59 f.: il.

Orientador: Pedro Hugo Figueirêdo.
Coorientador: Ramón Enrique Ramayo González.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de
Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada,
Recife, BR-PE, 2017.
Inclui referências.

1. Biomecânica 2. Dinâmica não linear 3. Caminhada humana
I. Figueirêdo, Pedro Hugo de, orient. II. Ramayo González, Ramón
Enrique, coorient. III. Título

CDD 621

Andar é cair para frente. Cada passo é uma queda interrompida, um colapso evitado, um desastre contido. Por isso andar é um ato de fé. Um milagre em dois tempos - um ritmo binário, com um momento de contenção e outro de liberação.

- Paul Salopek

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por todas as coisas que criou e por todos os mistérios que deixou em sua obra, sem os quais causaria um enorme vazio no meu coração, e, possivelmente, no de outros cientistas.

Agradeço também poder trabalhar com meus orientadores Prof. Dr. Ramón Ramayo e Prof. Dr. Pedro Hugo, sem os quais, muito provavelmente, este trabalho não teria obtido êxito. Fico feliz por todas as horas dedicadas à nossa colaboração e aos nossos vínculos sociais. Desejo que este vínculo se mantenha robusto e produtivo, como se mostrou por todo este turbulento e gratificante mestrado.

Agradeço ao apoio acadêmico do Grupo de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, da Universidade Manuel Beltrán, da cidade de Bogotá, Colômbia. Que a parceria continue frutífera para ambos os Departamentos.

Agradeço a minha família (mãe e irmão) por todo o apoio e amor dedicado em cada momento de convivência. “É o homem mais feliz, seja ele rei ou camponês, aquele que encontra paz em seu lar“. E eu encontro muita paz quando converso assuntos diversos com meu irmão Marcos, ou quando estou na presença da minha batalhadora mãe, que única como é, me inspirou e motivou para tudo que sou. Dedico este trabalho a ela.

Agradeço a Rivana Rodrigues por todo o apoio, compreensão, companherismo e amor. As horas dedicadas a este trabalho refletem todo o compromisso e respeito mútuo que existe em nossa relação sólida e terna.

Agradeço ao corpo docente do Departamento de Física da UFRPE pelo compromisso com o seu Mestrado acadêmico, o qual tive o prazer de fazer parte.

Agradeço aos meus colegas de turma de ingresso na pós graduação e meus amigos do LASCOU, que estiveram comigo nos mais diversos, porém em sua maioria felizes, momentos.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA

Abordagem não linear para a análise da locomoção humana

João Paulo Galdino Pessoa

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Física Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 30/05/2017 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Prof. Pedro Hugo Figueirêdo
DF - UFRPE

Coorientador:

Prof. Ramón Enrique Ramayo González
DF - UFRPE

Banca Examinadora:

Adauto José Ferreira de Souza
DF - UFRPE

Romildo Albuquerque Nogueira
DMFA - UFRPE

Dedico esta, bem como todas as minhas demais conquistas, a todos os meus amigos e familiares.

Resumo

A marcha é uma atividade complexa que envolve o sistema nervoso central e periférico, e todo o sistema musculoesquelético. A análise da marcha é a avaliação da forma como um ser humano se locomove. Os movimentos de locomoção são altamente variáveis, não somente entre indivíduos, mas para um mesmo indivíduo a diferentes velocidades e de apoio para apoio apresentando diversos fenômenos interligados e constituindo-se portanto numa dinâmica estruturalmente complexa para análise e interpretação. Ainda assim é possível estabelecer determinadas propriedades universais deste processo, no regime de baixas velocidades, a caminhada pode ser acelerada aumentando a frequência ou comprimento das passadas; na maior parte das velocidades características da caminhada, existe uma relação linear entre o comprimento e a frequência dos passos, embora no regime de altas velocidades, o limite máximo do comprimento dos passos, ser atingido primeiro. A transição caminhada-corrída é caracterizada por uma modificação no padrão do movimento, conforme se aumenta o esforço, se atinge uma velocidade crítica a partir da qual se passa a correr. Nesta dissertação desenvolvemos um modelo híbrido que combina uma estratégia de minimização da energia metabólica num processo de corrida, com uma descrição não linear do movimento de libração do centro de massa do indivíduo, de modo a reproduzir o comportamento da transição caminhada-corrída. Os resultados confrontados com dados experimentais, para diferentes regimes de velocidade, indicam que parâmetros como o perímetro da trajetória do centro de massa e o comportamento da correlação temporal das forças que atuam sobre o caminhante são grandezas relevantes na quantificação desta dinâmica.

Palavras-chave: Biomecânica, Dinâmica não linear, Caminhada humana

Abstract

The gait is a complex activity involving the central and peripheral nervous system, and the entire musculoskeletal system. Gait analysis is the assessment of how a human being moves. The movements of locomotion are highly variable, not only between individuals, but for the same individual at different speeds and support for support presenting several interconnected phenomena and thus constituting a structural complex dynamic for analysis and interpretation. Nevertheless, it is possible to establish certain universal properties of this process, at the low speeds regime, walking can be accelerated by increasing the frequency or length of the strides; in most characteristic velocities of walk, there is a linear relationship between the length and the frequency of the steps, on the other hand in the high speed regime, the maximum length of the steps can be reached first. The transition is characterized by a change in movement pattern as the effort increases, if reaches a critical speed from which it is run. In this dissertation we developed a hybrid model that combines a strategy of a metabolic energy minimization in running process, with a non-linear description of the movement of Libration of the center of mass of the individual, in order to reproduce the behavior of the walk-run transition. Experimental data results, for different velocity regimes, indicate that parameters such as the perimeter of the trajectory of the center of mass and the behavior of the temporal correlation of the forces acting on the walker are relevant quantities in the quantification of this dynamic.

Keywords: Biomechanics, Non-linear dynamics, Human gaits

Sumário

1	Introdução	1
2	Aspectos básicos dos modelos para marcha humana	6
2.1	Anatomia, Marcha e Metabolismo	6
2.1.1	Planos Anatômicos e referencial inercial	6
2.1.2	Ciclo da marcha e hipótese da não linearidade da força de reação	7
2.1.3	Metabolismo e potência mecânica para marcha	10
2.2	Modelo de Kokshenev para marcha a velocidade constante	11
2.3	Modelo de Keller para otimização da corrida	18
3	Análise experimental para marcha à velocidades variadas	25
3.1	Ambiente e aparatos	25
3.2	Protocolo de posicionamento dos marcadores e orientação dos segmentos corporais	27
3.3	Localização do centro de massa dos voluntários	29
4	Modelo para transição caminhada-corrída	33
4.1	Detalhamento do modelo	33
4.2	Resultados	36
5	Conclusão e Pespectativa	45
	Referências Bibliográficas	49

Capítulo 1

Introdução

Biomecânica é a área interdisciplinar que estuda fenômenos biológicos utilizando-se de métodos da Mecânica Clássica. Esta área é foco de estudo de Engenheiros, Fisiologistas, Educadores Físicos, Biólogos e Físicos Aplicados. Tentar relacionar os princípios Físicos com características anatômicas e cinesiológicas é algo antigo na ciência. Em meados do século XVI Andreas Vesalius publicou o *De Humani Corporis Fabrica* [1] que é considerado o primeiro livro de anatomia moderna. Figuras chaves do renascimento também deixaram suas contribuições, um exemplo é Galileu Galilei que publicou *De Animaliam Motibus*[2], onde fez estudos sobre características do movimento em animais. Já Giovanni Alfonso Borelli, fisiologista e físico italiano do século XVII, publicou o livro póstumo, *De Motu Animalium* [3] onde conseguiu estudar os movimentos musculares dos animais, incluindo os humanos, e a dinâmica do movimento utilizando-se de matemática da época. Os ossos eram alavancas e os músculos funcionavam segundo princípios geométricos. A Borelli é creditado a hipótese do movimento contrátil dos músculos.

Com a universalidade dos princípios físicos, advinda dos trabalhos de Isaac Newton, fundamentou-se a Mecânica Clássica. As contribuições de Joseph-Louis Lagrange sobre a mecânica analítica dos sólidos, trabalho publicado em 1788 com o nome *Mechanic Analytique*, desenvolveu ferramentas essenciais para o estudo da locomoção de animais e humanos [4].

Na última metade do século XIX, Christian Wilhelm Braune e Otto Fischer [5], influenciados pela fotografia experimental de Étienne-Jules Marey, envolvendo movimentos

anatômicos, realizaram medições da marcha humana em 3 dimensões. Tal linha de pesquisa conduziu a análise do centro de gravidade do corpo e de seus segmentos, que resultou no aperfeiçoamento da tecnologia das próteses.

A Biomecânica Moderna surgiu com os estudos de Archibald V. Hill sobre a transformação do calor advinda do trabalho mecânico das contrações musculares [6]. A correlação dos parâmetros termodinâmicos com o calor transformado pelos músculos rendeu um prêmio Nobel de Fisiologia ou Medicina em 1922. Com a descoberta de Hill foi estreitada ainda mais os laços entre os sistemas biológicos macroscópicos e as características universais da Física.

O objeto da biomecânica estudado majoritariamente neste trabalho é a locomoção. Locomoção é a capacidade de células ou organismos moverem-se de um canto ao outro. A aproximação analítica para a locomoção animal é focada na interação entre tendões, músculos, e subsistema esquelético com o meio ambiente [7]. A complexidade da locomoção animal, em particular da locomoção humana, deriva do fato que as interações do corpo com o ambiente são diversas e variáveis. Uma simplificação dessas interações seria dizer que: a energia potencial química oriunda dos músculos e a energia potencial elástica obtida a partir dos tendões e da elasticidade muscular acabam por fim a se transformar em trabalho e em calor [8]. Que por sua vez produz contrações cíclicas nos músculos ativos dando origem às forças de reação do solo aplicado através dos membros inferiores. A força resultante, das ações da força gravitacional e da força resistiva, acelera e desacelera o centro de massa(CM) do corpo, transladando-o.

Estudos da eficiência mecânica da locomoção de animais [9] mostra que à diferentes velocidades constantes a taxa que a energia, determinada pelo consumo de oxigênio e pelo trabalho externo, se transforma é diferente para a caminhada que possui um custo menor que a corrida. Isto corrobora a ideia de que animais bípedes como macacos, pássaros terrestres e humanos, têm sua marcha comparada ao movimento de um pêndulo ideal [10]. De fato, o corpo balança com o movimento em arco de cada perna como um pêndulo invertido no plano.

O problema do pêndulo invertido, que consiste numa base móvel com uma haste acoplada que pode se deslocar angularmente, é largamente estudado no campo da robótica e da mecatrônica [11] como um exemplo fundamental do comportamento dos sistemas dinâmicos,

e uma interface direta com os problemas modernos da Biomecânica. James Clerk Maxwell escreveu em 1868 o artigo *On governors* [12], primeiro estudo rigoroso sobre os mecanismos de controle em sistemas dinâmicos. Governadores consistem em componentes das máquinas que funcionam com uma velocidade uniforme, para isto é variado a potência e as forças resistivas que agem sobre o dispositivo. Maxwell leva em consideração os dispositivos de James Watt, James Thompson, Fleeming Jenkin, William Thompson e de Carl W. Siemens, bem como faz distinção entre o dispositivo ser um governador, que controla a entrada de potência mecânica e um moderador que utiliza uma espécie de freio centrífugo. Henri Poincaré, em uma série de trabalhos publicados em três volumes entre 1892 e 1899 entitulado *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, foi pioneiro na análise qualitativa de equações diferenciais. Ele estudou as propriedades assintóticas de equações diferenciais não lineares, como estabilidade e periodicidade, sem necessariamente ter uma solução para a equação.

Efeitos não lineares são observados com frequência quando lida-se com o movimento bípede, porém a maioria dos modelos aproximados da locomoção bípede ignora os fenômenos não lineares e embora sejam confiáveis para análises primárias acabam por serem insuficientes quando em face à complexidade do movimento. Perde-se, portanto, naturalidade e a precisão clínica para a locomoção ao considerar análises menos acuradas.

Neste trabalho objetivou-se analisar as librações em torno de um sistema de referência fixado no centro de massa (CM) que translada juntamente com o indivíduo, como proposto por Kokshenev [7]. Porém varia-se a velocidade de translação do CM usando como parâmetros as constantes fisiológicas propostas por Keller [13], a fim de poder avaliar como as librações se comportam em diferentes regimes de velocidade, a partir do repouso.

Como pode-se notar, o modelo de Kokshenev assume que resolve o problema das oscilações em torno do CM para a caminhada de bípedes. Porém sua análise contempla apenas regimes de velocidades constantes. Já Keller preocupa-se, em sua análise, com o desempenho esportivo ótimo de atletas, quanto a translação deste como uma partícula. A translação deste atleta se dá saindo do repouso, crescendo até uma velocidade constante e, por fim, o desgaste de uma corrida a longo prazo faz a velocidade cair por limitações fisiológicas. Utilizar das equações de Kokshenev juntamente com as condições iniciais e a curva de velocidade de Keller forma-se um modelo dotado de suposta flexibilidade que

deseja-se estudar.

O modelo desenvolvido foi testado com base em conhecimentos empíricos e fisiológicos da biomênica, bem como por dados obtidos pelo viés experimental. O conhecimento empírico do funcionamento da marcha humana[14], sobre as fases e períodos do ciclo da marcha, foram utilizados como qualificador do modelo. Considerações sobre a energética do corpo humano também foram levadas em conta para a qualificação do modelo.

Os dados experimentais foram obtidos em parceria com a Departamento de Engenharia Biomédica da Universidade Manuela Béltran. Foi feita a autocorrelação das curvas das componentes da força onde foi observado dois regimes de comportamento para as funções de autocorrelação.

A ordem dos capítulos está organizada de tal forma a manterem uma sucessão lógica, onde as principais assertivas de um capítulo estão sempre fundamentadas no próprio capítulo ou em capítulo anterior tornando o texto o mais autocontido quanto for possível.

Tem-se assim a seguinte divisão sistemática dos capítulos:

- No capítulo 2, tem-se uma introdução resumida dos principais conceitos e definições abordados na metodologia e na validação do modelo proposto;
- No capítulo 3 é descrito o procedimento experimental que foi adotado. Os dados coletados serão comparados com os resultados obtidos com a hipótese de modelo proposta no capítulo seguinte;
- No capítulo 4, será definido o modelo proposto por este trabalho. O modelo é similar ao modelo de locomoção humana de Kokshenev, porém usa-se a definição de Keller para a obtenção de uma velocidade óptima governada por constantes fisiológicas. Variou-se uma dessas constantes fisiológicas, a referente às diferentes reservas metabólicas, e com isto foi possível obter várias velocidades máximas de valor constante. A análise deste modelo também se encontra ao longo do mesmo capítulo. São observados padrões característicos para posição, velocidade e aceleração.
- Já no capítulo 5 se encerra este trabalho. Considerações finais são realizadas a respeito dos frutos imediatos, e a longo prazo, que esta dissertação pode gerar. Propostas para trabalhos futuros são esquematizadas e pontuadas, de modo, a facilitar a continuidade

da proposta de pesquisa deste projeto.

Este trabalho é direcionado a formentar um modelo para analisar-se, principalmente, a marcha humana pelo ponto de vista de seu comportamento não linear, comportamento qual é abundante em sistemas de engenharia e de modelos em ciências naturais [15]. São públicos alvo desta dissertação: Engenheiros Biomédicos, Engenheiros Mecânicos, Físicos Aplicados, Fisiologistas em geral, Fisioterapeutas, estudantes de Medicina, e qualquer interessado numa aproximação analítica do comportamento não linear da marcha humana.

Capítulo 2

Aspectos básicos dos modelos para marcha humana

Neste capítulo, deseja-se esboçar todas as considerações teóricas fundamentais a este trabalho. Primeiramente, nesta seção, será definido onde se encontra o referencial inercial nos planos anatômicos que dividem o corpo humano[16]. Depois determinar-se-á o ciclo da marcha bípede, e como isto se relaciona com a força de reação com o solo (FRS) e a hipótese de que a marcha é não linear. E, por fim, ainda nesta seção, explicar-se-á os mecanismos fisiológicos de transformação de energia potencial química em energia cinética.

2.1 Anatomia, Marcha e Metabolismo

2.1.1 Planos Anatômicos e referencial inercial

Em anatomia, os planos anatômicos são uma divisão hipotética do corpo humano em planos coordenados usado de forma a facilitar a localização de estruturas anatômicas e/ou a direção de um movimento. Os planos anatômicos são: o plano sagital(Plano xOy), o plano transversal(plano xOz) e o plano frontal(plano yOz), figura 2.1.

Na caminhada, a componente horizontal F_x e vertical F_y da força de reação com o solo no plano sagital realiza trabalho externo duas ordens de grandeza maiores que as componentes que influenciam o movimento situadas no plano frontal [7]. Desta forma é possível

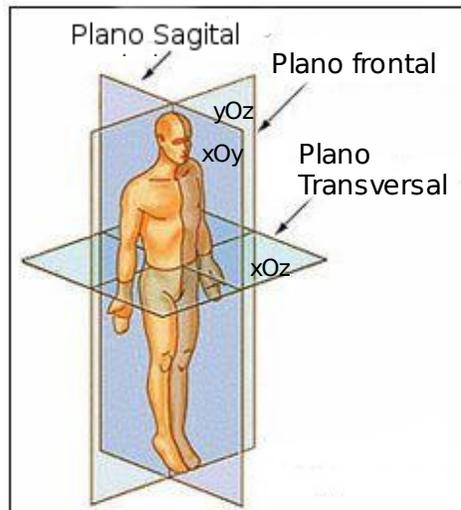


Figura 2.1: Os planos anatômicos são divididos em três planos hipotéticos coincidentes com os planos coordenados: o plano sagital(Plano xOy), o plano transversal(plano xOz) e o plano frontal(plano yOz). Em todos os modelos expostos neste trabalho se vai trabalhar apenas observando o plano sagital, por causa de suas componentes do vetor força terem uma magnitude mais significativa neste plano anatômico.

descrever o movimento do CM, confiavelmente, com o vetor polar instantâneo $\vec{R}(t)$ observando apenas o plano sagital(xOy).

O plano sagital, situado sobre o CM, será o referencial do modelo adotado neste trabalho. Este referencial também foi adotado por Kokshenev para observar das librações em torno do CM. Este plano referencial se deslocará com velocidade V , representado a velocidade do bípede em locomoção. Esta velocidade, no caso de Kokshenev, é constante, e para o caso estudado majoritariamente neste trabalho a velocidade varia com o tempo em regimes definidos pelos parâmetros de Keller.

2.1.2 Ciclo da marcha e hipótese da não linearidade da força de reação

O termo marcha não é específico. Denota um padrão cíclico de movimentos corporais repetidos a cada passo. Em consequência, as descrições da marcha em geral lidam com o que ocorre durante apenas um ciclo, presumindo uma igualdade dos ciclos sucessivos. Embora essa suposição não seja uma verdade absoluta, é uma aproximação razoável[14]. Embora

exista variações que podem ocorrer entre pessoas diferentes ou na mesma pessoa, como resultado de variações de velocidade e/ou de fatores de alteração de calçados[17], existem alguns fatores observáveis que são comuns ao ato da “marcha normal”.

A marcha normal é um processo de locomoção em que o corpo ereto, e em movimento, é apoiado por uma perna e depois sobre a outra, a locomoção rítmica de uma perna se dá o nome de ciclo da marcha. O ciclo da marcha tem duas fases, como pode ser visto na figura 2.2: a fase de apoio, que inicia-se quando a perna entra em contato com o solo e perdura por todo o instante em que ela esta apoiada sobre a superfície, 60% do ciclo da marcha acontece com a perna na fase de apoio. Já a fase de balanço, que tem seu início quando a perna perde o contato com o solo e termina no momento em que a extremidade entra em contato com o solo novamente, 40% restantes do movimento da marcha ocorrem quando a perna se encontra na fase de balanço.

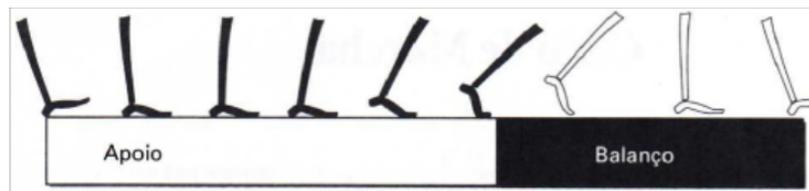


Figura 2.2: Na figura mostra-se as fases do ciclo da marcha. Onde 60% do ciclo acontece com a perna na fase de apoio e os 40% restantes ocorrem quando a perna se encontra na fase de balanço.[14]

A fase de apoio pode, ainda, ser subdividida em subfases, ou períodos como visto na figura 2.3 que são: o período de apoio duplo inicial, que é quando ambos os pés sustentam o peso do corpo, instante este que é anterior ao momento em que um dos pés começa a sair do solo se caracteriza por uma descarga muito rápida sobre o membro à frente, com absorção do choque e diminuição do momento do corpo. Período de apoio médio, instante em que apenas um dos pés sustenta o peso do corpo enquanto o outro membro entra no período de balanço, consiste em avançar o pé na posição mais recuada em relação ao CM e o adiantar a frente do pé que fornece a sustentação do corpo, acelerando o corpo no seu movimento translacional. . E o período de apoio duplo terminal, que é quando o pé em fase de balanço entra novamente em contato com o solo e tem-se início um novo ciclo da marcha, consiste no pouso do membro que até então estava na fase de balanço iniciando assim a fase de balanço para o membro que anteriormente estava sustentando o CM e sob a ação da FRS.

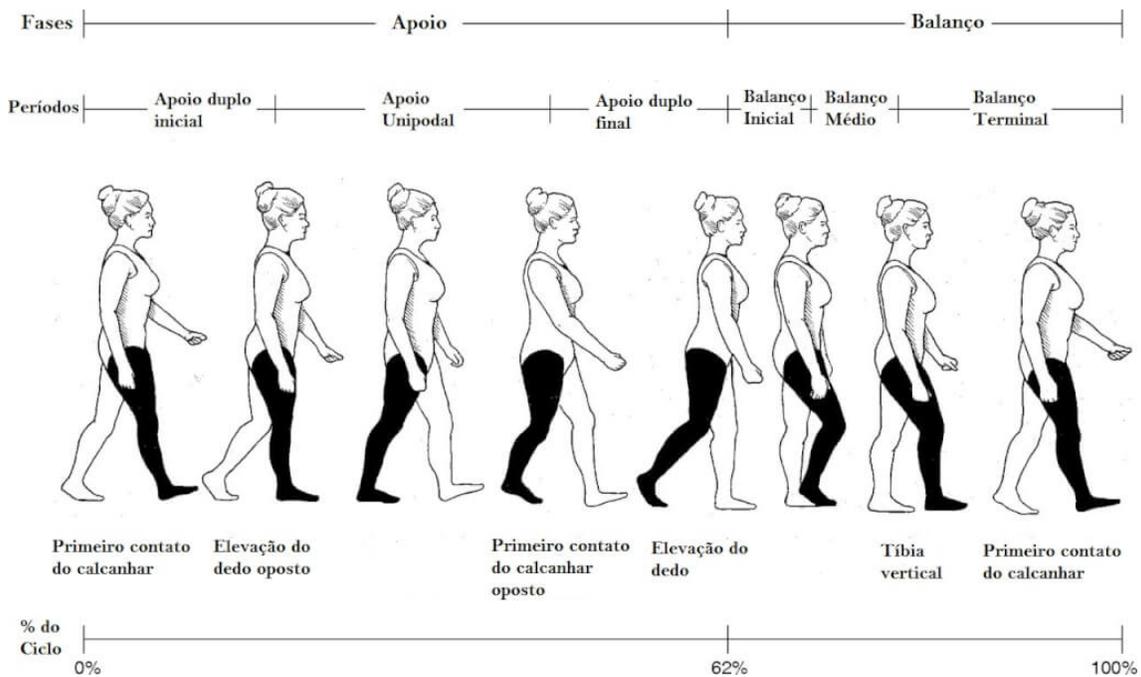


Figura 2.3: A fase de apoio é, em geral, dividida em três períodos, ou subfases: O apoio duplo inicial se caracteriza por uma descarga muito rápida sobre o membro à frente, com absorção do choque e diminuição do momento do corpo. O apoio médio consiste em avançar o pé na posição mais recuada em relação ao CM e o adiantar a frente do pé que fornece a sustentação do corpo, acelerando o corpo no seu movimento translacional. O apoio duplo terminal consiste no pouso do membro que até então estava na fase de balanço iniciando assim a fase de balanço para o membro que anteriormente estava sustentando o CM e sob a ação da FRS. (Imagem adaptada de [14]).

Quando a pessoa anda mais depressa, esses períodos de apoio duplo tornam-se frações menores do ciclo da marcha até que, por fim, quando a pessoa começa a correr, desaparecem completamente e são substituídos por breves momentos em que nenhum dos pés está sobre o solo. No ato da marcha há dois requisitos básicos: forças contínuas de reação do solo que sustentam e proporcionam o torque ao corpo e movimentos periódicos dos pés de uma posição de apoio para a seguinte, no sentido do movimento. Até este ponto estudou-se sobre os movimentos periódicos comuns a marcha normal, ou não patológica, entretanto a força é ponto necessário para que a marcha ocorra. Já é conhecido na literatura que a FRS é intimamente dependente da velocidade de marcha [18]. Por ser um processo controlado pelo sistema neuromuscular, a marcha é complexa, significando que a locomoção é um sistema indissociável onde mudanças em pequenos componentes realizam grandes mudanças, mas um

simples modelo de marcha passiva, como será apresentado ao longo deste trabalho, consegue descrever o fenômeno de uma caminhada estável o que se torna um natural ponto de partida para a análise da marcha animal.

2.1.3 Metabolismo e potência mecânica para marcha

As pessoas andam naturalmente de uma maneira a otimizar o consumo de energia [14]. A taxa metabólica é a variação de energia por tempo de atividade física, também conhecida como Potência. Esta taxa é medida, geralmente, de maneira indireta pela taxa de volume de O_2 consumido pelo indivíduo durante atividade física [19]. Para conseguir minimizar a dissipação de energia, as velocidades da marcha são selecionadas pelo sistema neuromuscular do indivíduo, sendo que desvios desse padrão normal da marcha aumentam o consumo de energia e limitam a locomoção [20]. Portanto evidências clínicas sustentam a abordagem da interdependência entre a potência e a velocidade.

O modelo para a corrida ótima de Keller, que será detalhado posteriormente, assume que a FRS afeta a quantidade $E(t)$ de potência por unidade de massa, proveniente das reservas musculares, que estocam N_2 dos alimentos, e do consumo de O_2 do indivíduo. As reações que ocorrem no corpo do indivíduo utilizam-se destas reservas químicas para fornecer potência para a locomoção. A longos períodos de atividade a biologia do indivíduo fornece uma taxa σ de suprimento energético, obtida por meio da circulação e da respiração, além do que já é suprido num estado de menor esforço.

Em termos fisiológicos mais canônicos, diz-se que: o corpo humano utiliza de energia metabólica na forma de trifosfato de adenosina, ou ATP, produzido por meio de reações glicolíticas e oxidativas. A reação glicolítica é um processo anaeróbico, ou seja que não necessita de oxigênio em sua reação, que forma ATP a partir de glicogênio armazenado nos músculos[21]. Já a reação oxidativa é um processo aeróbico, ou seja que necessita de oxigênio para converter nutrientes em ATP. Nos primeiros minutos de marcha o corpo humano realiza processos anaeróbicos como principal contribuinte em seu ciclo bioenergético. Já para atividades de duração longa os processos aeróbicos são mais necessários, pelas reações oxidativas.

Neste trabalho a preocupação com a bioenergética do corpo não se focará em sua

bioquímica, mas será representada pelos parâmetros fisiológicos de Keller para a simplificação da complexidade do metabolismo.

2.2 Modelo de Kokshenev para marcha a velocidade constante

Para o estudo das librações do CM numa locomoção em velocidade constante é desejável observar a o movimento do CM no plano sagital. Define-se um sistema de coordenadas inercial [7] se movendo como um CM virtual com vetor deslocamento $\vec{R}_o(t)$, que é o vetor deslocamento. Kokshenev usa das seguintes condições para o deslocamento $R_o(t)$ que são: $x_0(t) = Vt$ onde $V = cte$ e $y_0(t) = H$ sendo H a altura média do CM em relação ao chão onde fica a origem do sistema de coordenadas inercial. Desta forma, o vetor deslocamento relativo ao movimento do CM do corpo humano com o CM virtual é $\Delta\vec{r}(t) = \vec{R}(t) - \vec{R}_o(t)$, onde $\vec{R}(t)$ é o vetor deslocamento do CM do corpo humano em relação ao mesmo referencial de $\vec{R}_o(t)$ figura 2.4. Pode-se definir uma força motora $\Delta\vec{F}(t)$, que é a capacidade neuromuscular de exercer trabalho, sendo decorrente das observações das pequenas oscilações próximo ao suporte de peso do corpo. Tudo em relação a força de reação com o solo $\vec{F}(t)$

$$\vec{F}(t) = -m\vec{g} + \Delta\vec{F}(t). \quad (2.1)$$

A libração, a velocidade e a força motora (todos representados na figura 2.4), devem respeitar a condição de ciclossimetria para o impulso, isto é,

$$\langle \Delta\vec{F}(t) \rangle \equiv T_c^{-1} \int_0^{T_c} \Delta\vec{F}(t) dt = 0 \quad (2.2)$$

onde T_c é o período de um passo. A condição de ciclossimetria é uma condição de conservação da quantidade de movimento. (Indicado na figura 2.4)

Assumindo que $\Delta\vec{r}(t)$ é um deslocamento pequeno, introduz-se a parte libracional da energia potencial $\Delta U[\Delta\vec{r}(t)]$ numa aproximação harmônica isotrópica, que refere-se ao movimento aproximado do CM em baixas velocidades [10]. Aplicando o formalismo Lagrangeano,

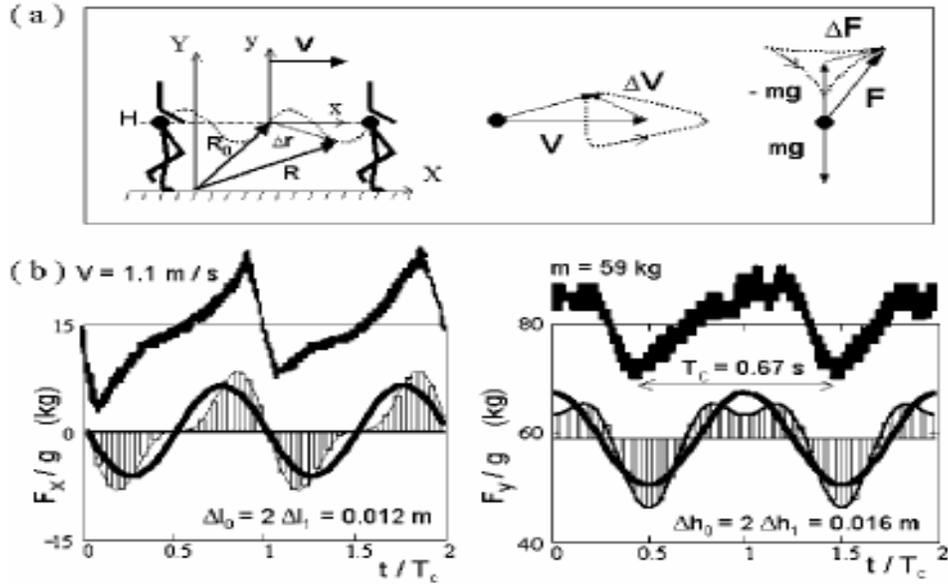


Figura 2.4: (a) Análise qualitativa do movimento do corpo humano nas imediações do plano sagital. A linha pontilhada representa a trajetória do centro de massa $y(x)$ no percurso de dois passos, e um ciclo da velocidade de libração $\Delta\vec{v}$ e um ciclo de força motora $\Delta\vec{F}$, em um sistema inercial. Os sistemas de coordenadas são descritos no texto. (b) Os dados mostrados foram obtidos em uma plataforma de força à baixa velocidade de marcha [22] (No caso da marcha humana numa velocidade de 3.9km/h). As linhas sólidas descrevem a relação harmônica linear força-tempo através da eq.2.3 com as amplitudes $\Delta l_0 = 0.012\text{m}$ e $\Delta h_0 = 0.016\text{m}$. As linhas simétricas que delimitam uma área correspondem à força prevista para o termo adicionado utilizando a teoria da perturbação clássica e gerada com amplitude $\Delta l_1 = \frac{\Delta l_0}{2}$ e $\Delta h_1 = \frac{\Delta h_0}{2}$ e frequência $\omega_0 = 9,37\text{s}^{-1}$. O desvio assimétrico do vetor \vec{F} é observado tanto por causa das diferenças naturais de cada perna, quanto da diferença em cada ciclo das fases de balanço e de apoio do passo da marcha. Figura retirada do artigo de [7].

tem-se:

$$\mathcal{L} = \Delta K_0 - \Delta U_0 \quad (2.3)$$

onde:

$$\Delta U_0 = k_0(x^2 + y^2)/2 \quad (2.4)$$

$$\Delta K_0 = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)/2 \quad (2.5)$$

com $k_0(v)$ como o coeficiente de estiramento dos músculos. Deduzindo, assim, a equação de movimento a partir da equação 2.3 usando das formulações das equações 2.4 e 2.5

$$sm\Delta\ddot{\vec{r}} + k_0\Delta\vec{r} = 0. \quad (2.6)$$

Descrevendo, portanto, o movimento do centro de massa livre como uma superposição de duas oscilações lineares:

$$\Delta x_0(t) = \Delta l_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.7)$$

$$\Delta y_0(t) = \Delta h_0 \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.8)$$

O resultado anterior fornece a solução de $\Delta\vec{r}_0(t)$ em termos das amplitudes harmônicas $\Delta l_0(v)$, $\Delta h_0(v)$ e a frequência de um ciclo de passo $\omega_0(v)$, com $\omega_0 = 2\pi/T_c = \sqrt{k_0/m}$ para um valor da velocidade constante que respeite a relação de ciclossimetria para o impulso. A adição da fase nas equações 2.7 e 2.8 foi escolhida para adaptar os valores iniciais de forças do gráfico da parte b da figura 2.4. Kokshenev visa adequar $\Delta l_0(v)$ e $\Delta h_0(v)$ aos dados experimentais que possui, figura 2.4, portanto têm-se amplitudes associadas as baixas velocidades de marcha, $\Delta l_0 = 0.012m$ e $\Delta h_0 = 0.016m$. O regime elíptico da rotação do CM nas equações 2.7 e 2.8 se tornam observáveis, quando a força motora fôr $\Delta\vec{F}_0(t) = -k_0\Delta\vec{r}_0$, com as devidas substituições, têm-se as seguintes componentes:

$$\Delta F_{0x}(t) = -m\omega_0^2\Delta l_0\sin(\omega_0 t), \quad (2.9)$$

$$\Delta F_{0y}(t) = m\omega_0^2\Delta h_0\cos(\omega_0 t) \quad (2.10)$$

[mostrada em linhas sólidas na figura 2.4(b)], é tratado como uma força inercial. Com o aumento da velocidade, efeitos anarmônicos se tornam importantes. Desta forma o potencial muda para $\Delta U = \Delta U_0 + \Delta U_1$. Onde ΔU_1 provém da expansão em série de Taylor para o potencial elástico da Hamiltoniana. Portanto, sem perder generalidade, a parte anarmônica

da energia mecânica potencial é [23]:

$$\Delta U_1[\Delta \vec{r}] = \frac{k_0}{\Delta h_0} \left[-\frac{\Delta l_1}{\Delta l_0} \Delta x^2 \Delta y + \frac{\Delta h_1}{3\Delta h_0} \Delta y^3 + O(\Delta x \Delta y^2 + \Delta x^3) \right], \quad (2.11)$$

parametrizado aqui em termos de amplitudes Δl_1 e Δh_1 . As forças não lineares são definidas pelas derivadas $\Delta \vec{F}_1 = -d\Delta U_1/d\Delta \vec{r}$ feita em $\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_0$, resultando em

$$\Delta \vec{F}_1 = -\frac{d\Delta U_1}{d\Delta \vec{r}} = (-2\alpha \Delta x \Delta y) \hat{x} + (\alpha \Delta x^2 - \beta \Delta y^2) \hat{y}, \quad (2.12)$$

Com:

$$\alpha \equiv \frac{k_0 \Delta l_1}{\Delta h_0 \Delta l_0} \quad \beta \equiv \frac{k_0 \Delta h_1}{\Delta h_0^2} \quad (2.13)$$

agora pode-se descobrir a força que caracteriza o movimento oscilatório forçado do CM em torno do ponto $\Delta \vec{r}_0$

$$\vec{F}(t) = \Delta \vec{F}_0(t) + \Delta \vec{F}_1(t) \quad (2.14)$$

$$\vec{F}_x(t) = -m\omega_0^2(\Delta l_0 \sin(\omega_0 t) - \Delta l_1 \sin(2\omega_0 t)) \quad (2.15)$$

$$\vec{F}_y(t) = mg + m\omega_0^2(\Delta h_0 \cos(\omega_0 t) - \Delta h_1 \cos(2\omega_0 t)) \quad (2.16)$$

Estes termos mudam a simetria de inversão temporal estabelecidas pelas Equações 2.9 e 2.10. Esta simetria é preservada pela memória da contração cíclica dos músculos e tendões mostrada na Figura 2.4, portanto os termos adicionais impostos por esta quebra de simetria não são adicionados na equação da força anarmônica. Entretanto, a Equação 2.11 leva a uma constante adicional em F_y , que, sendo violada pela condição de simetria do ciclo, resulta na restrição força-amplitude $\Delta l_0 \Delta l_1 = \Delta h_0 \Delta h_1$. Esta última restrição contradiz a análise do ajuste de amplitude dada na Figura 2.4. De fato, a teoria por trás disso presume que ΔF_1 é uma força conservativa, o que não é verdade mesmo para pequenos V . Assim necessita-se de uma abordagem não linear para que a precisão da análise experimental, desenvolvida por Kokshenev, seja melhor aproximada.

Para solucionar o problema, foi introduzida uma lagrangeana generalizada dependente do tempo [23] $\Delta\mathcal{L} = \Delta K_0 - \Delta U_{eff}$ onde $\Delta U_{eff} = \Delta U_0 + \Delta U_1 - \Delta K_1$, e ΔK_1 é a energia cinética anarmônica. Logo aplicou-se a teoria da perturbação canônica para pequenas librações do CM, que excluem efeitos de ressonância. Isto resulta nas Equações 2.15 e 2.16, onde a condição de ciclossimetria é agora satisfeita pelos termos cinéticos. As restrições força-amplitude relevantes, para o caso $v = 1.1m/s$, vem da análise de força-tempo $\Delta l_0/\Delta l_1 = \Delta h_0/\Delta h_1 = 2$. Introduce-se uma força resistiva locomotora baixa $\Delta\vec{F}_{res} = -\gamma\Delta\vec{r}_1$, com um termo que representa o coeficiente de atrito $\gamma(v)$. O deslocamento anarmônico, $\Delta\vec{r}_1 = \Delta\vec{r} - \Delta\vec{r}_0$, obedece a seguinte equação do movimento de um pêndulo forçado

$$m\Delta\vec{r}_1(t) + \gamma\Delta\vec{r}_1(t) + k_0\Delta\vec{r}_1(t) = \Delta\vec{F}_1(t) \quad (2.17)$$

onde $\Delta\vec{F}_1(t)$ é dado pelas Equações 2.15 e 2.16. A solução da Equação 2.17 fornece a descrição desejada para o movimento, nos termos propostos por Kokshenev. Ele encontra funções para as posições $x(t)$ e $y(t)$, num regime estacionário, as equações são:

$$x(t) = Vt + \Delta x_0(t) + \frac{\Delta l_1}{3} \frac{\sin(2\omega_0 t + \varphi)}{\sqrt{1 + \tan(\varphi)^2}} \quad (2.18)$$

$$y(t) = H + \Delta y_0(t) + \frac{\Delta h_1}{3} \frac{\cos(2\omega_0 t + \varphi)}{\sqrt{1 + \tan(\varphi)^2}} \quad (2.19)$$

resultado encontrado para o regime estacionário ($\omega_0 t \gg 1$) numa aproximação de baixo atrito com

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan\left(\frac{2\omega_1}{3\omega_0}\right) < \frac{\pi}{4}; \\ \omega_1(v) &= \frac{\gamma}{m}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Os resultados de Kokshenev desenvolvem uma órbita fechada dada por uma hipociclóide ($\Delta r_1 < \Delta r_0 \ll H$), ao redor de um ponto fixo e com sentido horário. Kokshenev assume que para caminhadas, esta órbita é descrita como uma elipse característica. Esta elipse, que se forma passando pelo ponto fixo, dada pelas amplitudes $\Delta l = \Delta l_0 + \frac{\Delta l_1}{3\sqrt{1+\tan^2\varphi}}$ da horizontal com $\Delta h = \Delta h_0 + \frac{\Delta h_1}{3\sqrt{1+\tan^2\varphi}}$ da vertical. Dada as condições iniciais propostas

por Kokshenev, que o CM se move com velocidade constante V numa determinada altura H , esta também inferido que o CM rotaciona ao longo da hipociclóide circunscrita or uma elipse achatada, ou encolhida, de excentricidade e_+ (ou e_-). Em seu artigo [7] Kokshenev afirma que

$$e_{\pm}(V) = \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta l}{\Delta h}\right)^{\pm 2}}$$

porém realizando simplificações para com a razão $\frac{\Delta l}{\Delta h}$ tem-se:

$$\frac{\Delta l}{\Delta h} = \frac{\Delta l_0 + \frac{\Delta l_1}{3\sqrt{1+\tan^2 \varphi^2}}}{\Delta h_0 + \frac{\Delta h_1}{3\sqrt{1+\tan^2 \varphi^2}}} \quad (2.21)$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta h} = \frac{\Delta l_0}{\Delta h_0} \left(\frac{1 + \frac{\Delta l_1}{3\Delta l_0 \sqrt{1+\tan^2 \varphi^2}}}{1 + \frac{\Delta h_1}{3\Delta h_0 \sqrt{1+\tan^2 \varphi^2}}} \right), \quad (2.22)$$

como, pelas informações dos dados experimentais apresentados na figura 2.4, tem-se que $\Delta l_1 = \frac{\Delta l_0}{2}$ e $\Delta h_1 = \frac{\Delta h_0}{2}$. Substituindo esses valores de Δl_1 e Δh_1 nas equações 2.21 e 2.22 tem-se que

$$\frac{\Delta l}{\Delta h} = \frac{\Delta l_0}{\Delta h_0} \quad (2.23)$$

onde é possível observar que baseando-se apenas nessas relações o termo e_{\pm} não depende da velocidade, como é exposto no artigo. Tem-se, portanto, uma dependência da citada razão apenas com os termos Δl_0 e Δh_0 , que não dependem, na análise de Kokshenev, da velocidade.

A figura 2.5 mostra o relacionamento entre a excentricidade da trajetória do CM e a velocidade. Os círculos representam pontos de excentricidade estimados dos dados experimentais de [22] e o quadrado representa a excentricidade resultante dos dados simulados pelo modelo de Kokshenev. A incerteza experimental é indicada pelas barras de erro. A curva sólida é referente ao ajuste de dados a partir de um polinômio de terceira ordem.

Kokshenev trabalhou toda a sua hipótese sobre o raciocínio que a velocidade deve ser constante, pois os coeficientes fisiológicos $k_0(v)$ e $\gamma(v)$ são valores variáveis com a velocidade, o que dificulta as soluções pela forte não linearidade associada. A variação da velocidade

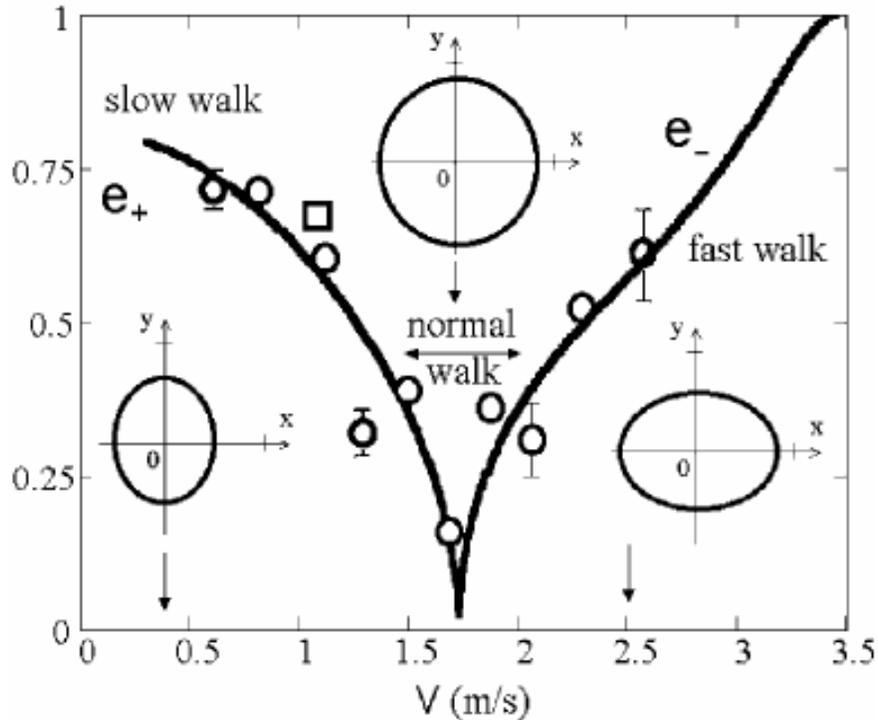


Figura 2.5: A figura mostra como a excentricidade da trajetória do CM é caracterizada por diferentes velocidades de marcha. As bolas representam pontos de excentricidade estimados dos dados experimentais de [22] e o quadrado representa a excentricidade resultante dos dados simulados pelo modelo de Kokshenev. A incerteza experimental é indicada pelas barras de erro. A curva sólida é referente ao ajuste de dados a partir de um polinômio de terceira ordem. Figura retirada de [7]

torna-se não trivial com a mudança interativa da própria velocidade do coeficiente de estiramento $k_0(v)$ e do coeficiente de atrito $\gamma(v)$. Entretanto para solucionar o problema primordial deste trabalho, propõe-se que a força não linear de Kokshenev seja utilizada na teoria da otimização da corrida proposto por Keller. Dando assim, uma solução plausível para a FRS em todos os regimes de velocidade para uma corrida, desde a saída do repouso, passando pelo regime de velocidade constante, até um possível regime de exaustão. Na próxima seção detalha-se a resolução do problema de Keller e a continuação do argumento usado para o método utilizado na contribuição deste trabalho.

2.3 Modelo de Keller para otimização da corrida

O modelo proposto por Kokshenev é interessante pois, de forma simples, observa o fenômeno das librações do CM por ação da FRS. Toda a análise de Kokshenev é realizada utilizando-se apenas de Mecânica clássica. Porém em seu trabalho, Kokshenev utiliza apenas de um conjunto de dados provenientes do gráfico na figura 2.4, o que faz com que seu aparato experimental seja limitado a apenas uma velocidade de marcha que é $v = 1.1m/s$. Nesta sessão deseja-se apresentar o modelo para a corrida ótima de Keller. O interesse no modelo de Keller, é em relação a forma como sua velocidade é delimitada por determinados parâmetros fisiológicos e como ela pode variar em termos destes parâmetros.

Em 1974, J.B. Keller [13] propôs um modelo baseado apenas em cálculo variacional e dinâmica elementar, para o problema da corrida de alto desempenho humano. Keller determinou a relação teórica entre o menor tempo T em que uma dada distância D pode ser percorrida. Ele escreveu o menor tempo em termos de parâmetros fisiológicos.

A pergunta original de Keller foi: como a velocidade $v(t)$ varia durante uma corrida de distância D para obter o menor tempo

$$D = \int_0^T v(t)dt. \quad (2.24)$$

Assume-se que a força resistiva por unidade de massa seja proporcional à velocidade, então a equação do movimento é

$$\frac{dv(t)}{dt} + \gamma v(t) = f(t), \quad (2.25)$$

o γ é posto como análogo ao coeficiente de força resistiva visto no modelo de Kokshenev anteriormente. Já $f(t)$ é a força de propulsão do velocista. O termo que leva em consideração a energia potencial elástica dos tendões e músculo não é explícito na teoria de Keller, pois este termo é considerado como parte do impulso $f(t)$. A força de propulsão $f(t)$ não pode exceder um valor máximo

$$f(t) \leq F. \quad (2.26)$$

O velocista desenvolve uma potência $f(t)v(t)$ restrita às suas reservas de energia. $E(t)$ é a energia equivalente ao oxigênio disponível na reserva muscular do atleta por unidade de massa, num tempo t . Esta energia será consumida por uma taxa $f(t)v(t)$. Assumindo que a energia é suprida pela respiração e circulação numa taxa constante σ por unidade de massa a mais quando o indivíduo se encontra em estado de repouso (como proposto por Hill[6]). Então

$$\frac{dE}{dt} = \sigma - f(t)v(t) \quad \text{com } E(0) = E_0. \quad (2.27)$$

Fornecidas as constantes fisiológicas γ, F, σ e E_0 , e a distância D , temos que encontrar $v(t)$ que seja consistente com as equações e inequações e a condição $v(0) = 0$, que forneça T mínimo. Para minimizar T dado um D , considera-se o problema recíproco de encontrar um D máximo para um dado T . Estes dois problemas claramente mantem a mesma relação entre D e T . Usando a equação 2.25 para substituir na 2.26, tem-se

$$\dot{v} + \gamma v \leq F, \quad (2.28)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \sigma - v(\dot{v} + \gamma v) \\ E(t) &= E_0 + \sigma t - \int_0^t v(\dot{v} + \gamma v) dt \geq 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

$\forall t \in [0, T]$ (Note que minimizar v é fazer $v(t) \equiv 0$).

Supondo que o corredor use o impulso máximo F . A solução para o problema

$$\dot{v} + \gamma v = F, \quad \text{com } v(0) = 0 \quad (2.30)$$

é

$$v(t) = \frac{F}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}) \quad (2.31)$$

e então tem-se

$$D = \frac{F}{\gamma^2} (\gamma T - 1 + e^{-\gamma T}) \quad (2.32)$$

o termo γ tem dimensão de inverso de tempo pelas Equações 2.31 e 2.32. Impondo-se que a 2.27 seja satisfeita, nota-se que

$$E_0 + \sigma t - \int_0^t v(t)F \geq 0, \quad \forall t \in [0, T]. \quad (2.33)$$

substituindo 2.29 e integrando, obtém-se a seguinte equação adimensional,

$$e^{-\gamma t} - 1 \leq \frac{E_0 \gamma^2}{F^2} - \left(1 - \frac{\sigma \gamma}{F^2}\right) \gamma t, \quad \forall t \in [0, T]. \quad (2.34)$$

Caso $\sigma \gamma / F^2 \geq 1$, por exemplo, a taxa de suprimento energético σ e/ou o coeficiente de resistência γ serão grandes em relação ao impulso máximo F por unidade de massa que o corredor consegue exercer, então esta inequação é satisfeita $\forall \gamma t \in (0, +\infty)$. Ou seja, o corredor consegue correr com impulso máximo indefinidamente, tornando as considerações energéticas irrelevantes. Fisicamente mais realista, é abordar $\sigma \gamma < 1$, então existirá um tempo crítico T_c que a inequação 2.34 é satisfeita $\forall t \gamma \leq T_c \gamma$. Note que o valor D correspondente à $T = T_c$ na equação 2.32 é D_c . Portanto, para corridas curtas há uma folga na restrição de energia e o corredor termina o percurso com energia de sobra. Esta estratégia de otimização consiste em simplesmente correr intensamente com impulso máximo e aumentar a velocidade dada pela Equação 2.31 ao longo da corrida. O que aumenta a área sob a curva da velocidade. A relação entre D e T para cada corrida é dada pela Equação 2.32. Note que pela Equação 2.31, F/γ oferece um limite superior para a velocidade do corredor.

Ainda na teoria de Keller observa-se o caso em que o problema consiste numa falta de restrição para com o cálculo variacional: escolhendo $x(t)$ para maximizar

$$\int_0^T G(t, x(t), \dot{x}(t)) dt, \quad (2.35)$$

onde $G(t, x(t), \dot{x}(t)) = \dot{x}(t) = v(t)$. Para tal, integrando a equação de Euler-Lagrange implica que os extremos são linhas retas. Portanto, enquanto nenhuma restrição estiver operando,

o corredor deverá correr a uma velocidade constante.

Supondo agora que a restrição energética na Equação 2.29 está limitada a algum intervalo de tempo, por exemplo, $E(t) \equiv 0$, ou então

$$\begin{aligned} E_0 + \sigma t &= \int_0^t v(\dot{v} + \gamma v) dt \\ &= \frac{1}{2}v^2(t) + \gamma \int_0^t v^2(t) dt \end{aligned} \quad (2.36)$$

para todo o tempo t neste intervalo. Derivando a equação anterior em relação a t tem-se $\dot{E}(t) \equiv 0$ ou

$$\frac{d}{dt}v^2(t) + 2\gamma v(t) = 2\sigma, \quad (2.37)$$

uma equação diferencial simples para $v^2(t)$, cuja solução é

$$v(t) = \left(\frac{\sigma}{\gamma} + Ce^{-2t\gamma} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.38)$$

onde a constante arbitrária C é determinada pela velocidade no início do intervalo. Note que $v(t)$ cresce se $C < 0$ e decresce se $C > 0$.

Em síntese, para haver uma solução otimizada para o problema do velocista em arrancada obtém-se um número finito de curvas de velocidade cada uma descrita de acordo com os casos anteriormente discutidos. Estes casos são: uma curva de aceleração durante o momento que o corredor exerce máximo impulso; a curva de velocidade constante no momento que o corredor atinge sua velocidade máxima; e a curva de desaceleração no instante em que $E(t) \equiv 0$. Estes arcos devem ser combinados de forma que a velocidade do corredor seja contínua ao longo da corrida e a área total sob a curva de velocidade deve ser máxima. A solução ótima única, que tem a área sob a curva maximizada, consiste em três curvas: uma curva de aceleração dada pela Equação 2.31 (A única curva no caso de uma arrancada) durante um intervalo inicial $[0, t_1]$, seguido por uma constante durante o intervalo $[t_1, t_2]$, seguida por uma curva de desaceleração durante o intervalo final $[t_2, T]$. Nenhuma outra combinação de curvas resulta na maximização da área da curva da velocidade. Os dois primeiros intervalos são obtidos a partir das constantes fisiológicas E_0 e σ , a última

curva é somente influenciada por σ . Existe apenas dois tempos que separam os intervalos. A continuidade necessária em t_1 e t_2 é dada por

$$V = \frac{F}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t_1}) \quad (2.39)$$

e

$$C = (V^2 - \frac{\sigma}{\gamma})e^{2\gamma t_2}. \quad (2.40)$$

logo

$$v(t) = \begin{cases} \frac{F}{\gamma}(1 - e^{-\gamma t}), & 0 \leq t \leq t_1 \\ V, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ (\frac{\sigma}{\gamma} + (V^2 - \frac{\sigma}{\gamma})e^{-2\gamma(t-t_2)})^{\frac{1}{2}}, & t_2 \leq t \leq T. \end{cases} \quad (2.41)$$

As curvas otimizadas para a velocidade fornece toda a informação necessária para o problema de Keller. No caso de corridas curtas, a equação que descreve a velocidade é tão somente a Equação 2.31 sobrando reservas de energia para conclusão do percurso. No caso de corridas longas, Keller determina que durante maior parte do tempo a fase de velocidade constante é dominante até o momento em que $E(t) = 0$ onde haverá um declínio de energia. A reposição da energia é suprida para o corredor a uma taxa de σ ; enquanto o atleta corre a uma velocidade constante V , isto é consumido por uma taxa marginal de $(\dot{V} + \frac{1}{2}V)V$ ou γV^2 . Desta forma a taxa de reposição σ consegue manter a velocidade constante por um valor de $\gamma V^2 = \sigma$ ou $V = \left(\frac{\sigma}{\gamma}\right)^{\frac{1}{2}}$. Esta restrição faz com que o corredor consiga correr a determinada velocidade constante indefinidamente, o que não é verdade para maratonas, por exemplo[24]. Aproximações para o modelo da otimização de Keller são bastante conhecidas na literatura [24][25] preferiu-se optar pela solução original de Keller por esta ser uma solução analítica.

Ao analisar competições com atletas profissionais e dados de recordes mundiais, Keller estimou parâmetros para uma corrida com estratégia ótima ou próxima da otimização. Ele então determinou os melhores valores de F e γ para minimizar a soma do quadrado do erro relativo para corridas de 50 m, 60 m, 100 m e 200 m. Ele então determinou os melhores valores de E_0 e σ para minimização do erro relativo de 14 corridas de 400 até 1000 m [24]. Estes valores são conhecidos como valores de Keller, e são importantes como parâmetro para

análise numérica dos resultados, visto que, estes valores traçam uma solução ótima para as constantes fisiológicas que determinam a corrida. Os valores de Keller são

$$\begin{aligned} F = 12.2 \frac{m}{s^2}, \quad \frac{1}{\gamma} = 0.892 \text{sec}, \quad \sigma = 41.56 m^2 / \text{sec}^3, \\ T_c = 27.7 \text{sec}, \quad E_0 = 2409 m^2 / \text{sec}^3. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Para corrida com $D < D_c$, em que D_c é a distância crítica em relação à T e D , é dada apenas pela equação 2.29. O movimento se inicia do repouso, e vai se desenvolvendo até chegar numa velocidade constante. Esta velocidade pode ser a máxima desenvolvida pelo atleta, ou uma outra velocidade, menor que a máxima, atingida pelo corredor. Vale salientar que o importante neste caso é que a reserva de energia do indivíduo deve respeitar a economia de energia imposta pelo balanço energético da equação 2.25. Na Fisiologia do exercício [21], o termo σ pode representar a taxa de volume de O_2 constante que alimenta o desempenho aeróbico do indivíduo. No caso $D < D_c$ nunca se chega ao ponto de atingir um consumo máximo de volume de O_2 garantindo assim um desempenho Biomecânico para a velocidade como visto na figura 2.6

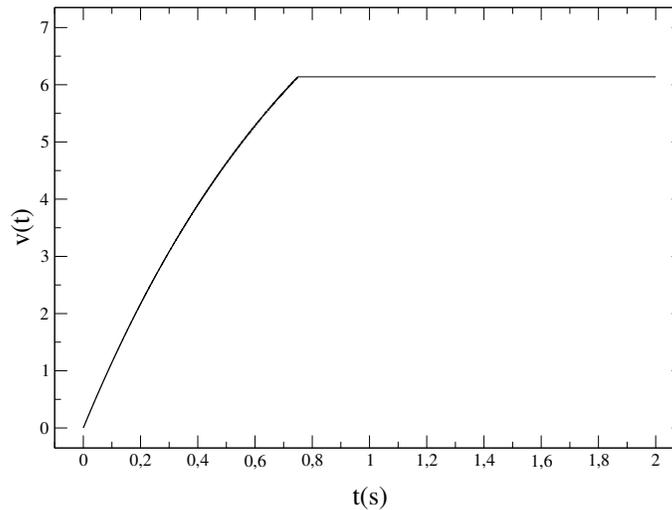


Figura 2.6: O gráfico mostra o comportamento da velocidade quando $D < D_c$, onde D_c é a distância crítica. Tem-se um momento de impulso dado pela variação da velocidade até a primeira transição, onde após a transição a velocidade se torna constante.

No caso de uma corrida longa, ou seja desde que t_1 e $T - t_2$ sejam ambos pequenos em comparação com $t_2 - t_1$, o intervalo dominante é o intervalo com velocidade constante.

No ponto de vista fisiológico, quando o volume máximo de O_2 é mantido por um longo período de tempo, um declínio na velocidade é necessário visto que a fadiga causada pelo termo $f(t)v(t)$ da equação 2.29 precisa ser amenizado para que a potência fisiológica dE/dt seja recuperada[21]. Tal fenômeno é importante em eventos aeróbicos de resistência como a corrida a longas distâncias, ex. maratonas. O $f(t)$ aparece mesmo em velocidade constante, pois ele representa FRS que aparece constantemente por todo o percurso atuando sobre o CM do corredor. O declínio do comportamento da velocidade que ocorre a partir de t_2 é visto na figura 2.7.

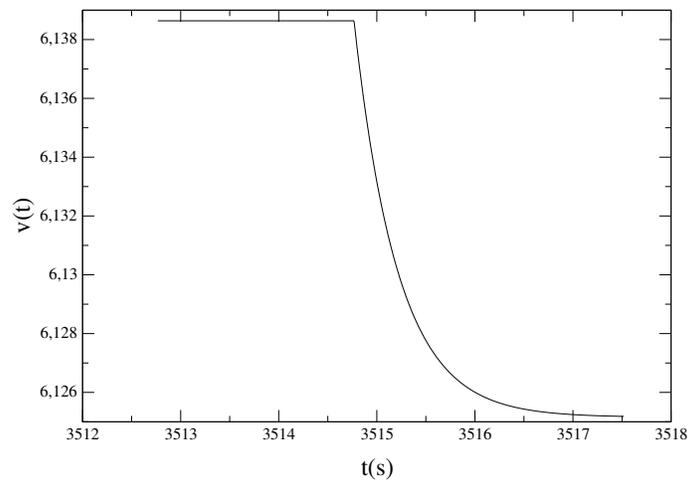


Figura 2.7: O gráfico mostra o comportamento da velocidade quando a potência energética é levada até um limite $\dot{E}(t) = 0$. A velocidade tem o comportamento, no início, similar ao comportamento da figura 2.6. Na segunda transição, tem-se um declínio de velocidade referente ao limite energético do atleta.

Foram obtidos dados experimentais em parceria com o Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios da Universidade Manuela Beltrán, da cidade de Bogotá, Colômbia . No capítulo a seguir será comentada a metodologia experimental usada, bem como se falará de todos os aparatos e protocolos utilizados no experimento. No mesmo capítulo serão analisados os dados provenientes do experimento.

Capítulo 3

Análise experimental para marcha à velocidades variadas

Neste capítulo será exposto o procedimento utilizado para a coleta de dados experimentais. O trabalho foi realizado em parceria com o Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, da Universidade Manuel Beltrán, da cidade de Bogotá, Colômbia.

3.1 Ambiente e aparatos

O ambiente do experimento foi num espaço de aproximadamente $16m^2$ onde se encontra uma pista formada por duas plataformas de força contínuas e seis câmeras detectoras de movimento ao redor das plataformas. Na figura 3.1 é revelado um esquema do volume que contém o experimento. As câmeras detectoras de movimento foram distribuídas nas posições demarcadas na figura 3.1. Os pontos A, B, C, D, E, F são escolhidos de modo a auxiliar na orientação do voluntário pelas instalações do laboratório. As figuras 3.2 e 3.3 mostram, respectivamente, a plataforma de força montada para o experimento e uma das seis câmeras de detecção de movimento. As câmeras fazem parte do sistema de aquisição de dados para análise de movimento BTS GAITLAB, que foi utilizado para a obtenção de dados. Esta câmeras optoeletrônicas medem o deslocamento[26], com precisão de $\pm 10^{-7}m$, de segmentos

corporais num intervalo de tempo de $\pm 10^{-2}s$ [26].

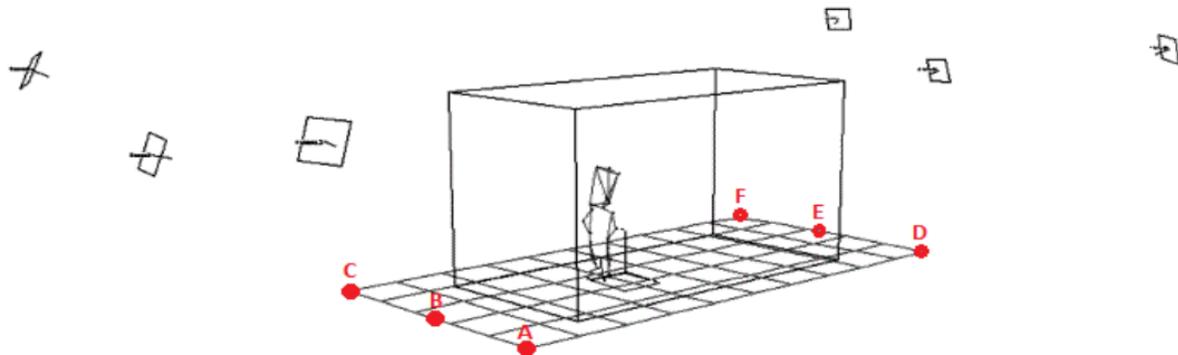


Figura 3.1: espaço onde ocorreu o experimento. A figura retrata um esquema do volume que contém a pista e as plataformas. As câmeras detektoras de movimento foram distribuídas nas posições demarcadas pela figura (Pontos A, B, C, D, E, F). Estes pontos foram escolhidos para facilitar a orientação dos voluntários do experimento. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios.



Figura 3.2: A foto mostra a plataforma de força utilizada na montagem experimental. Algumas câmeras de detecção de movimento são vistas ao fundo da imagem. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.



Figura 3.3: Uma das seis câmeras de detecção de movimento BTS Smart DX 400. Sistema optoeletrônico de câmeras digitais com iluminação infravermelho.(referencia BTS smart). Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.

3.2 Protocolo de posicionamento dos marcadores e orientação dos segmentos corporais

Foi utilizado o protocolo Davis para a colocação dos marcadores para detectar os pontos anatômicos. Estes marcadores consistem em esferas de plástico revestidas com fita adesiva reflexiva[27].

Estas esferas reflexivas possuem cerca de 1cm de diâmetro. Elas foram distribuídas em segmentos e regiões corporais dos voluntário como mostra a tabela 4.1 e a figura 3.4. Neste protocolo, são postos marcadores, tanto do lado esquerdo quanto do lado direito, nos Acrômios, nas Cristas, nos Trocanteres, nas Hastes laterais 1, nos Côndilos femurais,

nas Cabeças da fíbula, Haste 2, Maléolo lateral, nas Quinta cabeça dos metatarsos, e nos Calcânhares. Também foi colocado marcadores na Vértebra cervical C7 e no Sacro.

Tabela 3.1: Localização dos marcadores nos pontos anatômicos

1	Acrômio direito
2	Acrômio esquerdo
3	Vértebra cervical C7
4	Crista Ilíaca direita
5	Crista Ilíaca esquerda
6	Sacro
7	Trocanter maior direito
8	Trocanter maior esquerdo
9	Haste lateral 1 direita
10	Haste lateral 1 esquerda
11	Côndilo femoral direito
12	Côndilo femoral esquerdo
13	Cabeça da fíbula direita
14	Cabeça da fíbula esquerda
15	Haste 2 direita
16	Haste 2 esquerda
17	Maléolo lateral direito
18	Maléolo lateral esquerdo
19	Quinta cabeça do metatarso direito
20	Quinta cabeça do metatarso esquerdo
21	Calcânhar direito
22	Calcânhar esquerdo

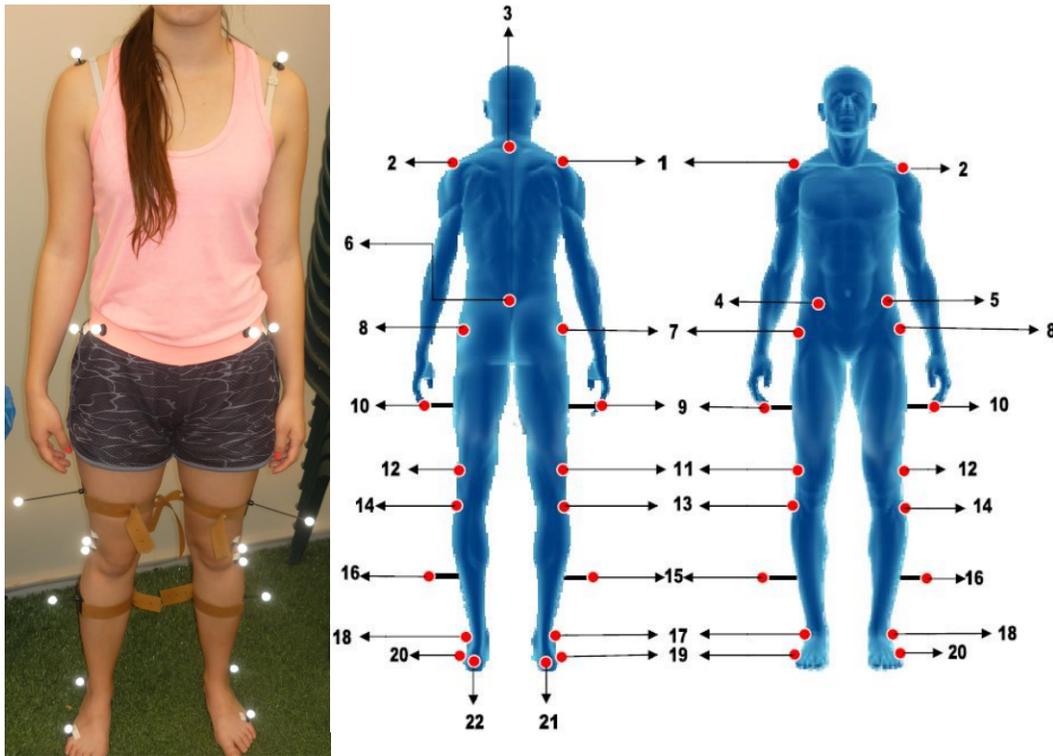


Figura 3.4: A imagem da esquerda mostra os marcadores, que são esferas de plástico revestidas de fita reflexiva, devidamente montado em uma voluntária. A esquerda da imagem, tem-se um diagrama virtual da localização dos marcadores. Todos os pontos apontados são referentes a tabela 4.1. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.

3.3 Localização do centro de massa dos voluntários

O posicionamento do CM no corpo humano, em relação a referenciais anatômicos, tem algumas definições na literatura. Para Miralles [28] o CM encontra-se por trás da vértebra lombar L5, como mostra a figura 3.5. Já para Dufour e Pillu [29] o CM se posiciona antes da vértebra sacra S2, figura 3.6.

O grupo experimental do laboratório de Biomecânica assumiu que o CM do corpo humano encontra-se num ponto médio entre a vértebra lombar L5 e a vértebra sacra S2, como mostra a figura 3.7. Para captar os marcadores postos no voluntário num ambiente virtual, foi utilizado o SmartTRACKER[30]. Com este programa é possível ver o deslocamento ao longo da pista, figura 3.8. Criou-se um novo modelo mais simples que simula virtualmente os marcadores e suas conexões. Adicionou-se marcadores representativos para as cristas

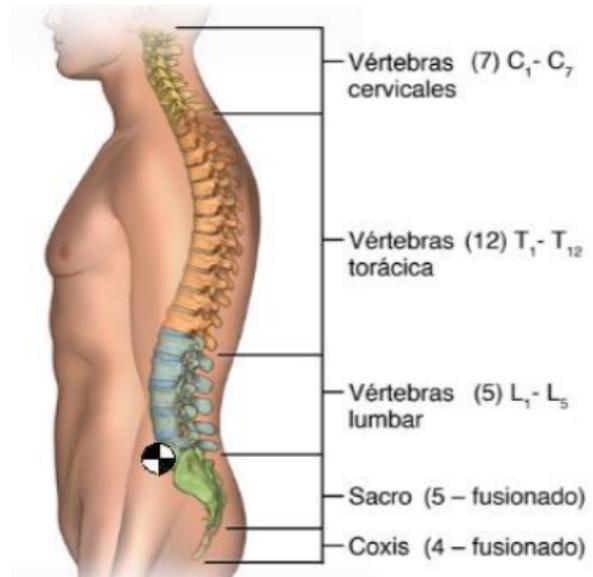


Figura 3.5: A imagem mostra como é dividida a coluna vertebral. Tem-se sete vértebras cervicais, doze vértebras torácicas, cinco vértebras lombares, cinco ossos compoem o sacro, e quatro ossos do cóccix. O círculo preto e branco marca a localização do CM na concepção da referência [28]. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.

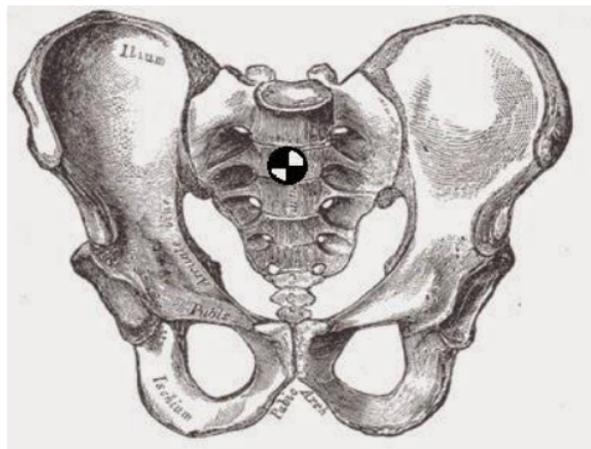


Figura 3.6: Imagem do sacro humano com seus segmentos a mostra. O círculo preto e branco marca a localizaccão do CM segundo [29]. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.

íliacas, os troncanteres maiores e o sacro. Isolou a estrutura formada por cristas, trocanteres e sacro de modo a se assemelhar a uma pirâmide, figura 3.9. Disto observou-se a posição e o deslocamento.

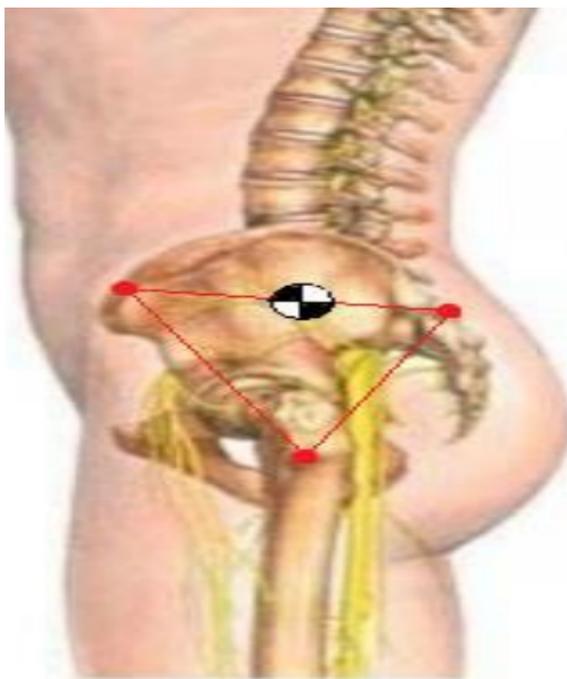


Figura 3.7: Ponto médio entre as supostas localizações referenciadas. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.

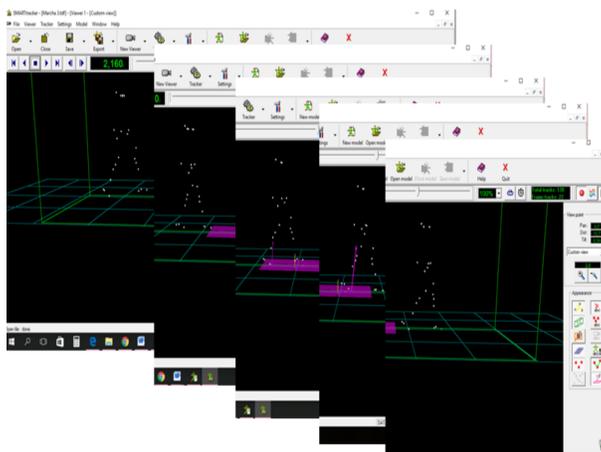


Figura 3.8: Programa SmartTRACKER em execução mostrando a localização dos marcadores. Uma sequência de quadros é posta lado a lado, com a finalidade de mostra um deslocamento desses marcadores. O terceiro e quarto quadros mostram o instante que o voluntário esta sobre a plataforma de força, é possível ver um vetor referente a FRS neste instante. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.

A interpolação dos dados foi implementada pelo programa SmartANALYZE[30]. Este procedimento foi realizado para garantir a continuidade da informação ao longo da captura de

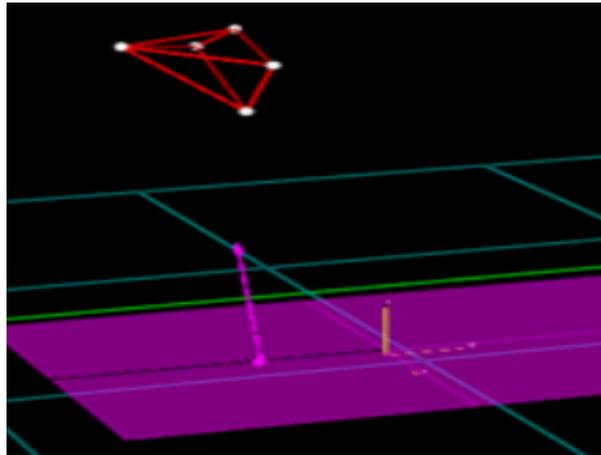


Figura 3.9: Adicionou-se marcadores representativos para as Cristas ilíacas, os Trocateres Maiores e o Sacro. Isolou a estrutura formada por Cristas, Trocateres e Sacro de modo a se assemelhar a uma pirâmide, e dessa forma igualmente observou-se o deslocamento e a posição. Imagem cedida pelo Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, Universidade Manuela Beltrán.

dados. O que se interpolou foi o deslocamento dos marcadores reais acoplados ao voluntário. Com a função definida, criou-se um ponto virtual localizado no ponto médio da distância entre as cristas ilíacas. Então realizou-se o mesmo procedimento para gerar um ponto médio entre: o anteriormente localizado ponto médio entre as cristas ilíacas e o sacro. Obteve-se assim um ponto virtual que assumiu-se como sendo o CM.

Sobre este ponto obtido para o CM, foi realizado todo o desenvolvimento correspondente à análise clínica do comportamento da marcha.

No capítulo 4 utilizar-se-á da otimização de Keller para solucionar o problema da variação dos coeficientes encontrados em Kokshenev. Assim deseja-se variar a velocidade do sistema de coordenadas inercial adotado por Kokshenev, com a velocidade otimizada vista em Keller. Unir os modelos é interessante pois coloca o modelo não linear, que originalmente não contemplava situações fora do caso com velocidade constante, numa situação de arrancada, onde se conhece que há curvas de velocidade, com comportamento variável.

Capítulo 4

Modelo para transição caminhada-corrída

4.1 Detalhamento do modelo

Neste capítulo deseja-se encontrar resultados para diversas velocidades de marcha utilizando o modelo de Kokshenev para a marcha não linear. Os dados experimentais concebidos com o experimento descrito no capítulo 3 são utilizados para comparação com alguns pontos de análise deste modelo.

Utilizou-se da Equação 2.17 deduzida por Kokshenev, que num análogo mecânico mais simples mostra que esta equação representa oscilções atuando no plano bidimensional sob a ação de uma força resistiva viscosa e a FRS a favor do movimento, tornando o sistema num pêndulo bidimensional amortecido e forçado.

A diversidade das velocidades é obtida a partir da Equação 2.41, juntamente com os parâmetros fisiológicos para a otimização apontados na Equação 2.42, o que determina uma aspecto de memória neuromuscular representando a fadiga. Porém notou-se que ao variar estes parâmetros, e implementá-los na equação para a velocidade, havia uma dependência entre os termos. A dependência tem relação com as transições dos regimes de velocidade. No tempo t_1 , que separa o regime de velocidade com crescimento exponencial para o valor

no regime de velocidade constante, tem-se a seguinte função

$$t_1 = -\tau \ln \left(1 - \frac{V\gamma}{F} \right). \quad (4.1)$$

O que induz a um valor máximo da razão F/γ em que é possível ter resultado para t_1 . Fica, assim, caracterizada a relação dos parâmetros F e γ com um limite máximo para o valor da velocidade atingida, que será chamado de velocidade máxima. A velocidade máxima que o sistema pode alcançar é igual ao limite em que o tempo tende a infinito quando $v(t) = \frac{F}{\gamma} (1 - e^{-\gamma t})$ fazendo com que a velocidade máxima seja

$$v_{max} = \frac{F}{\gamma}. \quad (4.2)$$

Já a velocidade mínima é referente ao caso em que o sistema funciona por longos tempos. Na transição que ocorre com a velocidade, no momento t_2 quando se inicia o desgaste fisiológico tem-se a seguinte equação

$$t_2 = \frac{\left(E_0 + \frac{FV}{\gamma} + \left(\left(\frac{F}{\gamma} \right)^2 - V^2 \right) \ln \left[1 - \left(\frac{V\gamma}{F} \right) \right] \right)}{(V^2\gamma - \sigma)}, \quad (4.3)$$

é preciso manter a coerência da função no ramo final de t_2 até T . Isto é, caso v seja menor que o termo σ/γ , tem-se uma divergência sobre a função que caracteriza esta transição de regime. Então é possível, assim, encontrar uma velocidade mínima associada aos parâmetros citados que elimina o caso em que divergências aparecem

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\gamma}}. \quad (4.4)$$

É possível também encontrar qual será o tempo máximo T que um indivíduo consegue atingir com os parâmetros fisiológicos determinados. Para isto faz-se que a função para o regime que a velocidade está em declínio, por conta do desgaste fisiológico, seja este T . O valor de T é, portanto:

$$T = t_2 - \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{\sigma}{V^2\gamma} \right) \right) \right]. \quad (4.5)$$

Nota-se que para valores de $\sigma \ll V^2\gamma$ existirá valor de T , mas para $\sigma \gg V^2\gamma$ a equação para T torna-se divergente, o que significa que o regime T é inacessível.

Com esta conexão que o σ possui com T e com a velocidade mínima para o desenvolvimento da função velocidade, foram determinados diversos valores para σ , desde que respeite os critérios de máximo e mínimo que a velocidade pode atingir para a existência da função velocidade.

Na Equação 2.17 os termos $k_0(v)$ e $\gamma(v)$ podem ser reescritos como $\omega_0(v) = \frac{k_0(v)}{m}$ e $\omega_1(v) = \frac{\gamma(v)}{m}$. A forma como $\omega_0(v)$ varia foi obtida por Kokshenev utilizando a análise dos dados experimentais de [9]. No trabalho de Kokshenev é definido que $\omega_0(v)$ é uma função de primeiro grau com v :

$$\omega_0(v) = 4.94 + 4.02v, \quad (4.6)$$

com este resultado para $\omega_0(v)$ é resolvido o coeficiente de fricção por massa $\omega_1(v)$ [7] [22]. Assim, $\omega_1(v)$ assume a forma de uma função quadrática

$$\omega_1 = 6.37 - 6.15v + 2.38v^2, \quad (4.7)$$

Kokshenev define que seus valores para v são constantes como condição inicial. Aqui substituímos isto utilizando a velocidade óptima de Keller, como já fôra dito, então substitui-se $\omega_0(v)$ e $\omega_1(v)$ por $\omega_0(t)$ e $\omega_1(t)$. Para pequenas oscilações pode-se afirmar que:

$$\omega_0(t) \approx 4.94 + 4.02(1 - e^{-v(t)}); \quad (4.8)$$

usar-se-á esta aproximação para definir $\omega_0(t)$ na Equação 2.17.

Com todas estas equações, termos e parâmetros estabelecidos resolveu-se numericamente a Equação 2.17 delimitada por $\omega_0(t)$ e $\omega_1(t)$ e com $v(t)$ sendo a velocidade óptima de Keller. Na resolução numérica é notável que a velocidade óptima de Keller cresce rapidamente para o valor de velocidade constante, e a Equação 2.17 delimitadas por $\omega_0(t)$ e $\omega_1(t)$ é rapidamente amortecida pelo crescimento de $\omega_1(t)$. Por influência deste amortecimento, o modelo aqui apresentado nunca chega ao desgaste fisiológico sem ter-se um problema matemático referente ao crescimento quadrático de $\omega_1(t)$.

Para cada valor de σ , que foi o parâmetro fisiológico escolhido para determinar a velocidade mínima, foi realizado um registro da última oscilação das posições x e y . Com este registro foram realizadas curvas paramétricas. Estas curvas variam entre o tempo máximo t_{max} de ocorrência do movimento e a diferença entre o tempo máximo e um termo R dependente da velocidade angular ω_0 no tempo máximo da seguinte forma

$$R = \frac{2\pi}{\omega_0(t_{max})}$$

o que faz o tempo de registro para a curva paramétrica ser

$$t_{max} - R < t < t_{max}. \quad (4.9)$$

4.2 Resultados

Com as equações definidas resolveu-se as componentes $x(t)$ e $y(t)$ para a trajetória do CM. Nas figuras 4.1 e 4.2 foram escolhidos três valores para a velocidade: $v = 1.03m/s$; $1.81m/s$ e $3.2m/s$, respectivamente, estas velocidade são referentes aquelas obtidas em parceria com os Grupos de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios. Plotou-se no gráfico, a partir do modelo, apenas o último período de oscilação das funções da trajetória $x(t)$ e $y(t)$, este último período encontra-se no intervalo de tempo $t_{max} - R < t < t_{max}$, também foi escolhido um período para os dados reais. Nos gráficos as linhas pretas representam os dados do modelo e as linhas vermelhas os dados reais. Optou-se por escolher os dados mais próximos de uma média de um comportamento característico da força, para os dados experimentais. O comportamento característico da força normalizada originada dos dados reais, tem relação com o comportamento médio dos dados obtidos com todos os voluntários e plataformas. Portanto foram selecionados os dados do indivíduo MF7P1, que é do sexo feminino, sobre a plataforma P1, que é uma das utilizadas para a determinação da FRS.

Na figura 4.1 para $x(t)$, na velocidade $v = 1.03m/s$, vê-se que os períodos possuem a mesma fase. Também é observado que estes gráficos estão em fase com as amplitudes do

modelo para os dados reais numa proporção duas vezes o tamanho de um para com o outro. Na velocidade $v = 1.81m/s$, também é observado uma compatibilidade entre as fases dos dados reais com as obtidas pelo modelo, tem-se a mesma proporção de duas vezes de um gráfico para o outro. Para a velocidade $v = 3.2m/s$, existe uma defasagem entre as curvas de aproximadamente $\frac{\pi}{2}$. As amplitudes dos dados reais para essa velocidade estão em valores de ± 0.2 , numa proporção quatro vezes maior que as amplitudes do modelo nesta velocidade.

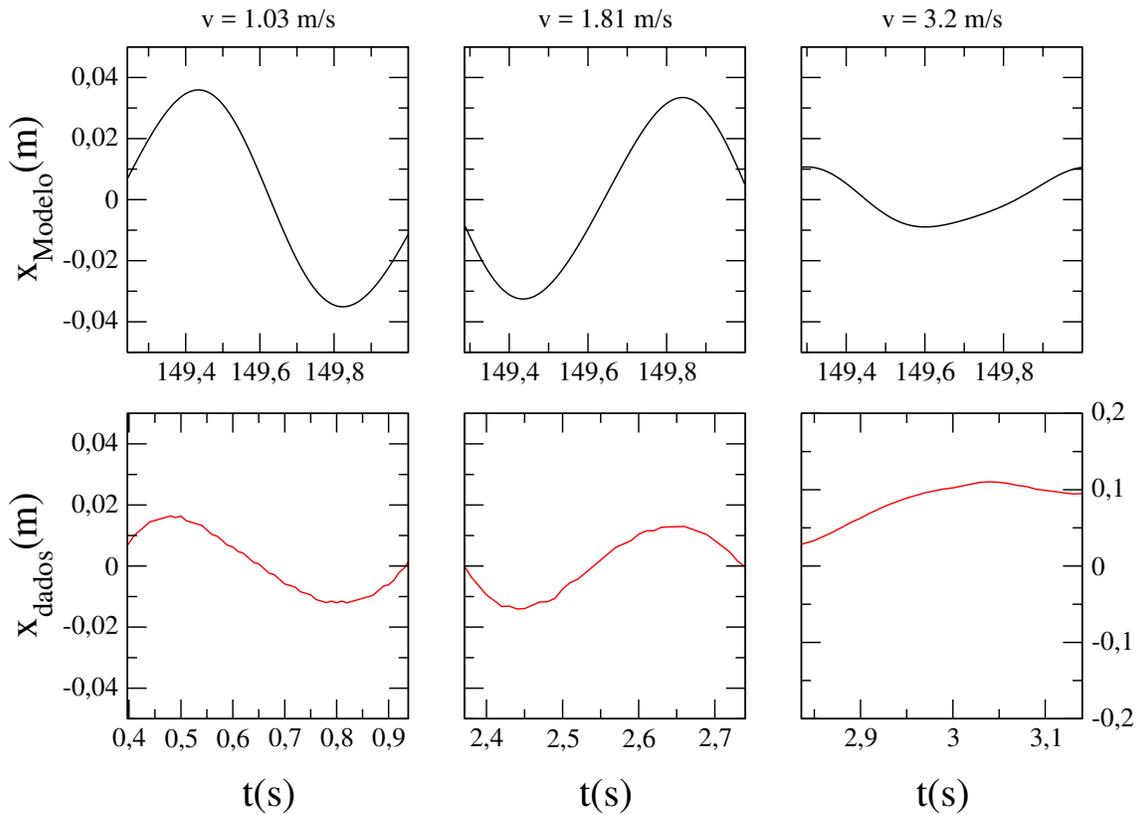


Figura 4.1: Na figura são mostrados gráficos das trajetórias $x(t)$ para três diferentes velocidades em três períodos distintos. As linhas pretas são referentes aos resultados obtidos com o modelo e as linhas vermelhas são referentes aos dados reais. A primeira coluna da esquerda são os gráficos para a velocidade de $v = 1.03m/s$, estes gráficos estão em fase com as amplitudes do modelo para os dados reais tem uma diferença proporcional a duas vezes o tamanho de um para com o outro. Na coluna do meio, com $v = 1.81m/s$ os períodos também estão em fase, tem-se a mesma proporção de duas vezes de um gráfico para o outro. Na velocidade $v = 3.2m/s$ os gráficos aparentam estar em uma diferença de fase de $\frac{\pi}{2}$. As amplitudes dos dados reais para essa velocidade estão em valores de $\pm 0.2m$, numa proporção quatro vezes maior que as amplitudes do modelo.

Na figura 4.2 para $y(t)$ é realizado o mesmo procedimento que para $x(t)$ colocando

inclusive os mesmos valores de tempo que do gráfico anterior. Em $v = 1.03m/s$ é observado um ponto de máximo similar em ambos os gráficos. O máximo do modelo vai até a amplitude de $+0.05m$ aproximadamente, já o gráfico dos dados reais vai até $+0.03m$. Na velocidade $v = 1.81m/s$ é possível ver pontos de extremos, porém a fase destes pontos de extremo são invertidas sendo possível ver um mínimo para a curva do modelo e um máximo para a curva dos dados reais. O mínimo vai até $-0.05m$ aproximadamente e o máximo vai até $+0.07m$. E por fim para a velocidade $v = 3.2m/s$ que, embora a amplitude do modelo seja três vezes menor que as amplitudes dos dados reais, possui uma fase aproximadamente similar para ambos. Sendo que a amplitude atingida pelo pico do período dos dados reais vai a aproximadamente $+0.07m$, enquanto um pico similar no modelo vai até $+0.01m$.

Para o modelo foram realizadas curvas paramétricas para $x(t)$ e $y(t)$. Variou-se o σ das constantes fisiológicas de Keller, valores exibidos na equação 2.42. Escolheu-se $\sigma = 0.2m^2/sec^3$ como ponto de partida, e variou-se este parâmetro até $\sigma = 12m^2/sec^3$. Observou-se que existe um perímetro máximo associado a uma determinada velocidade de translação, o valor da velocidade que maximiza o perímetro é de $v = 1.38m/s$.

A figura 4.3 ilustra o crescimento do perímetro para a curva paramétrica das trajetórias da libração do CM. Foram escolhidas diversas velocidades, sendo que as velocidades $v = 0.47; 1.04; 1.28; 1.38m/s$, esboçadas em linhas sólidas, representa o aumento do perímetro das librações que ocorrem em torno do CM, com exceção de $v = 1.38m/s$ que maximiza este perímetro. Já para $v = 1.63; 1.94; 2.16; 2.36; 2.72m/s$, representados por linhas tracejadas, são caracterizados por uma redução do perímetro circunscrito pela trajetória da libração do CM.

Para o resultado do modelo foi calculado a força resultante sobre o CM, e comparou-se com os resultados experimentais. Na figura 4.4 são apresentadas as forças resultantes para o eixo x e o eixo y, respectivamente. Escolheu-se a velocidade $v = 1.03m/s$ de translação do CM que foi utilizada para obter uma das trajetórias das figuras 4.1 e 4.2. O período de oscilação escolhido foi o mesmo para as trajetórias. Deseja-se comparar estas curvas para as forças, sendo que tais forças estarão normalizadas, com as FRS obtidas pelo experimento do Grupo de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, também normalizadas.

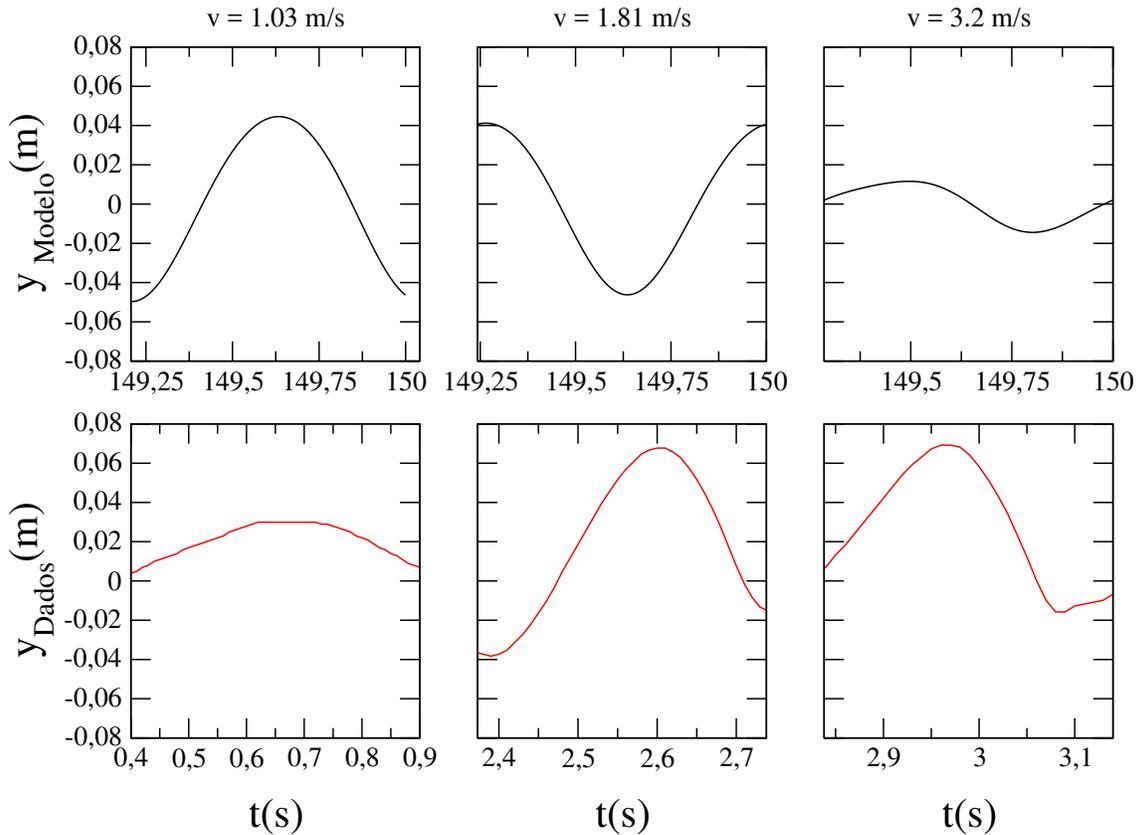


Figura 4.2: Na figura são mostrados gráficos das trajetórias $y(t)$ para três diferentes velocidades. Na figura são mostrados gráficos das trajetórias $x(t)$ para três diferentes velocidades em três períodos distintos. As linhas pretas são referentes aos resultados obtidos com o modelo e as linhas vermelhas são referentes aos dados reais. Em $v = 1.03m/s$ é observado um ponto de máximo similar em ambos os gráficos. O máximo do modelo vai até a amplitude de $+0.05m$ aproximadamente, já o gráfico dos dados reais vai até $+0.03m$. Na velocidade $v = 1.81m/s$ é possível ver pontos de extremos, porém a fase destes pontos de extremo são invertidas sendo possível ver um mínimo para a curva do modelo e um máximo para a curva dos dados reais. O mínimo vai até $-0.05m$ aproximadamente e o máximo vai até $+0.07m$ E por fim para a velocidade $v = 3.2m/s$ que, embora a amplitude do modelo seja três vezes menor que as amplitudes dos dados reais, possui uma fase aproximadamente similar para ambos. Sendo que a amplitude atingida pelo pico do período dos dados reais vai a aproximadamente $+0.07m$, enquanto um pico similar no modelo vai até $+0.01m$.

Na comparação das forças normalizadas, observadas na figura 4.4, é apresentado num único gráfico ambas as forças normalizadas. sendo o gráfico superior com as normalizações para as forças em x , e no gráfico inferior as normalizações para as forças em y .

Para uma comparação mais efetiva do padrão das forças, foi construída a função de autocorrelação das forças tanto dos dados reais, utilizando dados reais para a marcha

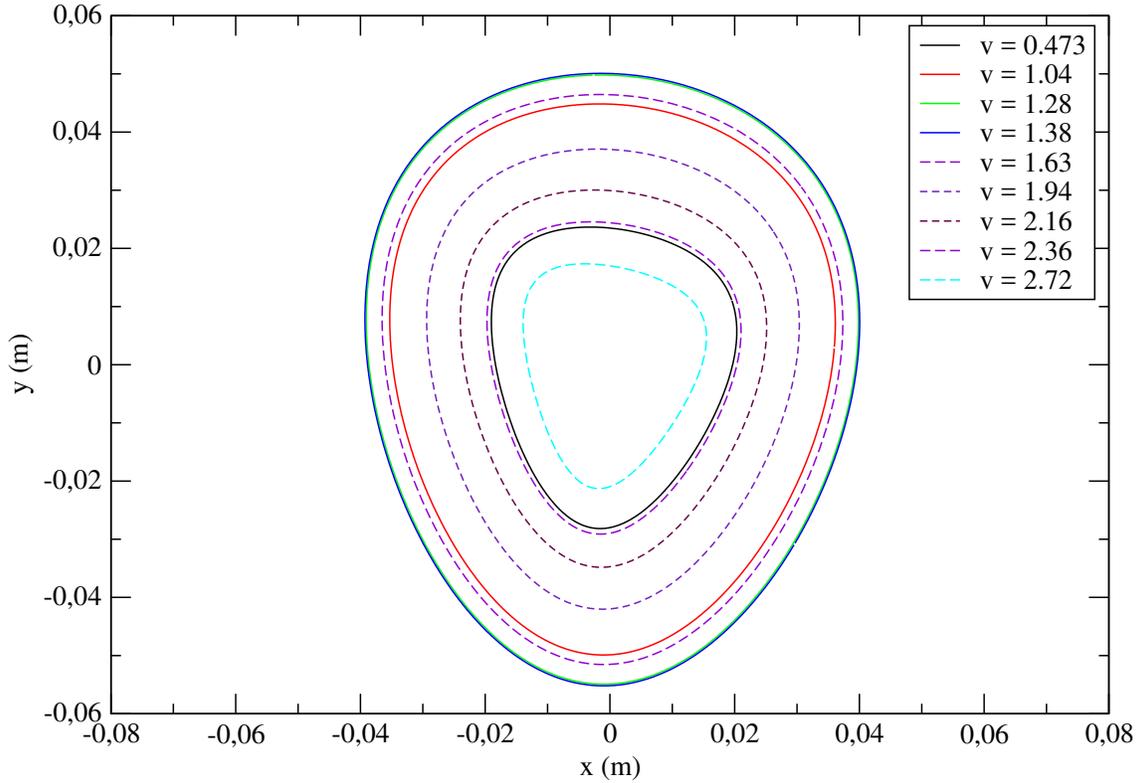


Figura 4.3: As curvas fechadas expostas na figura, são curvas paramétricas das librações do CM. À velocidades menores, representadas pelas linhas sólidas, fazem as amplitudes das librações aumentarem gradualmente até a velocidade $v = 1.38 \frac{m}{s}$. A partir deste valor, às velocidades maiores, em linhas tracejadas, tem uma contração das amplitudes das librações. As amplitudes ficam cada vez menores a medida que a velocidade vai atingindo valores muito grandes.

de um voluntário, quanto aquelas fornecidas pelo modelo. Na figura 4.5, que apresenta a função de autocorrelação para $f_x(t)$ em escala LinearLog, os pontos vermelhos são referentes ao modelo enquanto que os pontos pretos correspondem aos dados reais. Neste gráfico é possível observar dois regimes de correlação, ambos exponenciais, sendo o primeiro regime menos acentuado que o segundo.

De modo a quantificar a natureza das auto-correlações para as forças apresentamos também na figura 4.5 regressões exponenciais da forma

$$\overline{C}_x(\tau) = C_0 e^{-\alpha\tau}$$

para os diferentes regimes de tempo a saber $0 \leq \tau \leq 0.27$ (regime 1 - linhas contínuas) e

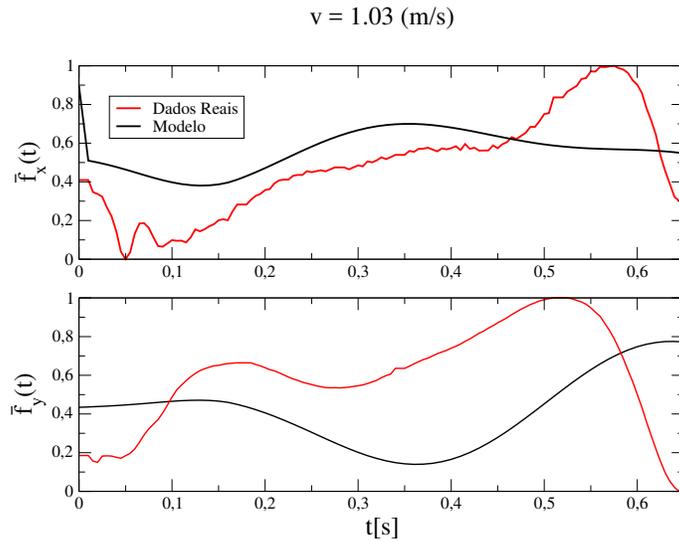


Figura 4.4: A figura exibe um quadro comparativo do comportamento das forças normalizadas que atuam sobre o indivíduo segundo o modelo (curvas em preto) e para o voluntário MF7P1 (curvas em vermelho), numa escala de tempo associada a um ciclo completo. Observamos que em regimes intermediários do intervalo de permanência do voluntário na plataforma, as funções associadas a cada componente possuem comportamento qualitativos similares.

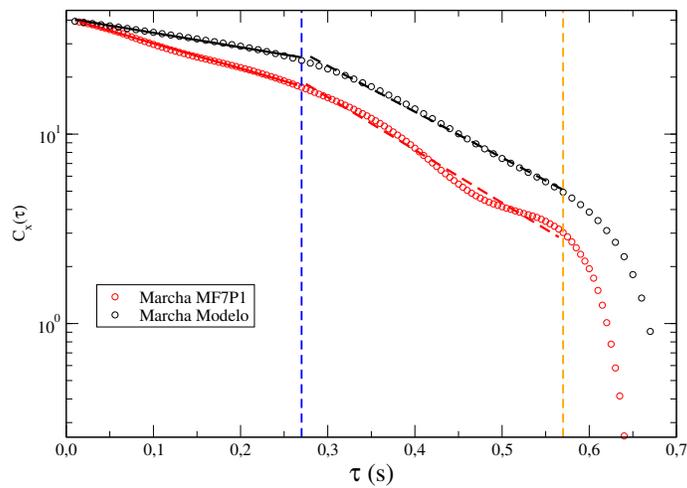


Figura 4.5: Na figura tem-se a função de autocorrelação para a força $f_x(t)$ em escala LinearLog. Os pontos pretos são referentes ao modelo e os pontos vermelhos são designados aos dados reais.

$0.27 \leq \tau \leq 0.57$ (regime 2 - linhas tracejadas), cujas constantes características α são exibidas na tabela.

Fez-se também a função de autocorrelação para a força $f_y(t)$ em escala LinearLog. Para os dados reais é possível ver um primeiro regime que condiz como sendo exponencial. Não é

Tabela 4.1: Constantes de tempo (α) associadas as funções de auto-correlação apresentadas na figura 4.5

Série	regime 1	regime 2
Modelo	1.76 ± 0.03	5.58 ± 0.06
Dados reais	3.06 ± 0.02	6.4 ± 0.1

possível ver tal regime para o modelo pois, em hipótese, a força obtida pelo experimento é apenas a FRS enquanto o modelo determina a resultante das forças atuando no eixo vertical.

Para as curvas em 4.3 foi calculado o perímetro em cada velocidade de translação do CM. Foi plotado um gráfico do perímetro pela velocidade. Neste gráfico é facilmente identificado um ponto de máximo, à velocidade $v = 1,38m/s$. Foi também calculado o perímetro para os dados experimentais obtidos na literatura [22].

Curvas paramétricas também foram plotadas para os dados reais cedidos pelo Grupo de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios. Os dados são referentes a um determinado regime de marcha, com uma determinada velocidade de translação do CM do voluntário. Foi realizado com os dados uma média das trajetórias x e y do CM de cada voluntário. Com tais médias foi gerado uma curva paramétrica fechada, de onde foi calculado um perímetro característico para estas curvas. Também foi calculado o perímetro para um dos dados de apenas um indivíduo, que se aproximava ao resultado obtido pela média.

Na figura 4.6, apresenta-se todas as informações referentes aos perímetros em função da velocidade. A linha preta são os dados referentes aos resultados obtidos com o modelo. Os pontos azuis são os pontos calculados para os valores experimentais encontrados na literatura [22]. Os pontos vermelhos são os obtidos a partir das médias das trajetórias dos dados reais cedidos em parceria com o Grupo de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios. Os pontos verdes são referentes aos dados de um indivíduo, o MF5P1, que se adequa aos valores obtidos para a média das trajetórias paramétricas. A linha tracejada laranja representa a velocidade considerada como ponto de transição entre os regimes de marcha e corrida, de acordo com Kokshenev [7], esta velocidade é $v = 1.73m/s$, e pode ser vista também na figura 2.5. A linha tracejada preta representa a velocidade de perímetro

máximo $v = 1.38m/s$. Esta velocidade, para nosso modelo, representa o valor em que a marcha implica em um valor máximo para o perímetro do CM. É razoável pensar que próximo a este ponto de máximo é localizado a marcha dita normal para um adulto saudável [31]. Esta velocidade da marcha normal é a velocidade mais estável para o CM para adultos saudáveis.

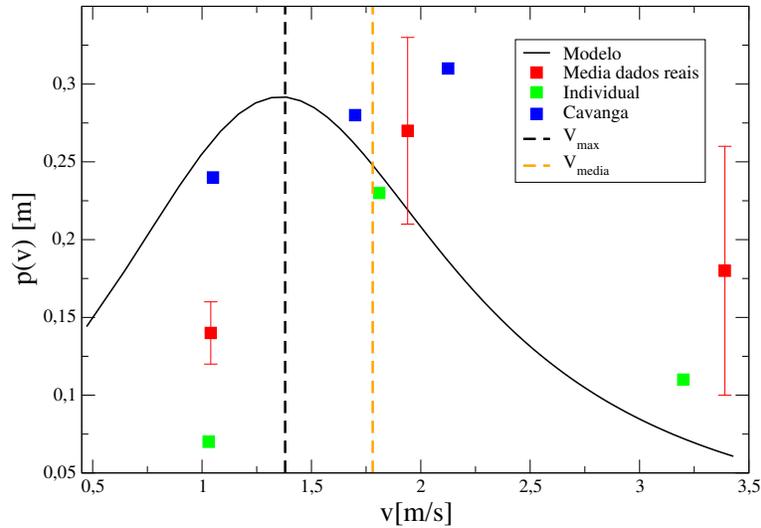


Figura 4.6: A figura mostra o gráfico do perímetro em função da velocidade de translação. A linha representa os pontos obtidos pelo modelo. Os pontos azuis foram obtidos a partir de dados da literatura [22]. Os pontos vermelhos são referentes à média dos dados reais, obtida a partir de dados de 4 voluntários. E, por fim os pontos verdes que foram dados reais de um voluntário que melhor se adequou a curva plotada pelo modelo. A linha laranja representa a velocidade $v = 1.73m/s$ que é considerado como o ponto que há a transição da marcha para a corrida de acordo com Kokshenev [7]. A linha preta corresponde à velocidade de máximo perímetro que é $v = 1.38m/s$.

O modelo proposto tem um comportamento peculiar no que diz respeito ao perímetro da libração do CM em função da velocidade de translação. Tentar resolver o modelo para velocidade variável proposta por Keller, tem implicações pouco efetivas, pois a velocidade de translação tem duração muito pequena no regime em que a velocidade cresce exponencialmente, que é observado na Equação 2.31, e dura longo tempo no regime de velocidade estacionária antes de chegar no desgaste fisiológico. De fato para fins práticos o desgaste fisiológico é inalcançável para os tempos de simulação que são gerados.

Kokshenev trabalha com a hipótese que a excentricidade varia em função da velocidade, como é visto na figura 2.5, já neste trabalho optou-se por fazer o perímetro em função

da velocidade, como abordagem para a averiguar resultados. Esta abordagem é plausível por conta da relação entre a excentricidade e a amplitude das curvas. A visibilidade de uma relação entre o perímetro e a velocidade foi outro ponto para a utilização desta abordagem. Um resultado proveniente desta relação vem do ponto máximo que é encontrado. Este máximo $v = 1.38m/s$ é coincidente com um dos valores mais aceitos para a velocidade de marcha dita normal para um adulto [31][32]. Esta velocidade normal é medida na literatura no momento do torque de saída do calcanhar do solo.

O tema proposto por este trabalho, tem métodos e modelos diversos na literatura [10] [26] [33] [34], mas o modelo aqui estudado, mesmo sendo uma simplificação de efeitos de outras naturezas, é aceitável, pois aproxima estes fenômenos mais complexos de movimentos à velocidades diferentes utilizando apenas mecânica não linear.

Capítulo 5

Conclusão e Perspectiva

Este trabalho teve o intuito de abordar efeitos não lineares na Biomecânica. Utilizando-se de modelos já conhecidos da literatura, como o modelo de Kokshenev e o modelo de Keller, fez-se uma associação destes modelos a fim de obter resultados com um modelo com características mais gerais. Também foi adotado um procedimento experimental em parceria com o Grupo de pesquisa em Engenharia Biomédica, Ciências Básicas e Laboratórios, da Universidade Manuel Beltrán, na cidade de Bogotá, Colômbia. Este experimento gerou dados que, por fim, foram comparados com o modelo desenvolvido.

Foi visto que, para baixas velocidades o modelo proposto funciona como uma boa aproximação, o perímetro do CM em comparação com a velocidade aparece acordar entre os resultados do modelo e do experimento. Mas a medida que a velocidade fica maior que a velocidade de $v = 1.38m/s$ vai-se observando desvios padrões cada vez mais acentuados. Foi observado também que a trajetória do CM é mais acentuada na velocidade crítica $v = 1.38m/s$ e vai ficando cada vez menor quanto se distância deste valor, tanto para velocidades maiores quanto para valores menores.

É perceptível que o modelo apresentado consegue aproximar os resultados experimentais para baixas velocidades de marcha, mesmo os parâmetros fisiológicos sendo avaliados para uma otimização da marcha. Os desvios a altas velocidades está hipoteticamente associado com ruídos provenientes do gerador de padrões central(GPC), que é uma rede neural biológica responsável pela locomoção que produz um padrão rítmico na ausência de respostas

sensoriais ou descendentes que carregam informação temporal específica [35].

Como expectativa para este trabalho é desejável analisar a relação entre o GPC com uma provável modelagem de dinâmica estocástica. Esta modelagem estocástica, em hipótese, associada com o modelo aqui proposto pode aproximar mais a relação entre os resultados simulados e os obtidos pelo viés experimental.

Também é esperado, num futuro, estudar a possibilidade deste modelo de se adequar à marcha patológica. Esta adequação visa comparar os resultados ditos normais para a marcha com os resultados para diferentes patologias cinesiológicas a fim de encontrar critérios cinemáticos que possam ser determinados por tecnologias biométricas.

Estudar o movimento bípede usando dinâmica não linear é favorável por conta da riqueza de informação que é obtida, e que modelos mais simples não conseguem atingir. Porém tal análise é majoritariamente mecânica, o que não contempla a complexidade das conexões neurais do GPC, por exemplo. Como ponto de partida, para tratar do movimento não trivial que é a marcha, a dinâmica não linear entretanto se mostra uma ferramenta que origina resultados importantes, e que podem vir a evoluir para uma abordagem mais complexa, e possivelmente mais completa, da biomecânica do movimento bípede.

Referências Bibliográficas

- [1] B. M. Nigg and W. Herzog. Biomechanics of the musculo-skeletal system. 3:686, 2007.
- [2] A. Ascenzi. Biomechanics and galileo galilei. *journal of Biomechanics*, 26:95–100, 1993.
- [3] G. A. Borelli. *De Motu Animalium*. Springer-verlag, 1 edition, 1680.
- [4] A. Torezen. *Human Body Dynamics: Classical Mechanics and Human Movement*. Springer-Verlag, 2 edition, 1999.
- [5] R. Klette and G. Tee. Understanding human motion: A historic review. 36:1–22, 2008.
- [6] D. R. Basset jr. Scientific contributions of a. v. hill: exercise physiology pioneer. *Journal of Applied physiology*, 93:1567–1582, 2002.
- [7] V. B. Kokshenev. Dynamics of human walking at steady speeds. *Physical Review Letters*, 93, 2004.
- [8] S. V. Madhally. *Principles of Biomedical Engineering*. Artech House, 1 edition, 2010.
- [9] S. M. Gatesy. Bipedal locomotion: effects of speed, size and limb posture in birds and humans. *Journal of Zoology*, 224:127–147, 1990.
- [10] J.B. Saunders, V.T. Inman, and H.D. Eberhart. The major determinants in normal and pathological gait. *The Journal of Bone and Joint Surgery*, 35:543–558, 1953.
- [11] T. A. McMahon. Mechanics of locomotion. *The International Journal of Robotics Research*, 3:4–28, 1984.

-
- [12] J.C. Maxwell. On governors. *Proceedings of the Royal Society London*, 16:270–283, 1967-1968.
- [13] J.B. Keller. Optimal velocity in a race. *The American Mathematical Monthly*, 81:474–480, 1974.
- [14] J.Rose and J.G. Gamble. *Marcha - Teoria e prática da marcha humana*. editora Guanabara, 2 edition, 2007.
- [15] S.T. Thornton and J.B. Marion. *Classical Dynamics of Particles and Systems*. Brooks Cole, 5 edition, 2003.
- [16] J.G. Konin. *Cinesologia prática para Fisioterapeutas*. Guanabara Koogan Lab, 2 edition, 2006.
- [17] P.R. Cavanagh and M.A. LaFortune. Ground reaction forces in distance running. *Journal of Biomechanics*, 13:397–406, 1980.
- [18] C.F. Munro, D.I. Miller, and A.J. Fuglevar. Ground reaction forces in running: a reexamination. *Journal of Biomechanics*, 20:147–155, 1987.
- [19] J.B. Weir. New methods for calculating metabolic rate with special reference to protein metabolism. *The Journal of Physiology*, 109:1–9, 1949.
- [20] R. Blessey. Energy cost of normal walking. *Orthopedic Clinics of North America*, 9:356–358, 1978.
- [21] S.K. Powers and E.T. Howley. *exercise Physiology: Theory and Application to Fitness and Performace*. The McGraw-Hill Companies, inc, 8 edition, 2016.
- [22] P.A. Willems, G.A. Cavanga, and N.C. Heglund. External, internal and total work in human locomotion. *Journal of Experimental Biology*, 198:379–393, 1995.
- [23] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Mechanics*, volume 1. Butterworth-Heinemann, 3 edition, 1976.

- [24] W. Woodside. The optimal strategy for running a race (a mathematical model for world records from 50 m to 275 km). *Mathematical and Computer Modelling*, 15:1–12, 1991.
- [25] A. Aftalion and C. Fiorini. A two-runners model: optimization of running strategies according to the physiological parameters. 2015.
- [26] C.A. Collazos and R.E. Argothy. Physical modeling of normal and pathological gait using identification of kinematic parameters. *International Journal of Biology and Biomedical Enginneering*, 8, 2014.
- [27] A.N. Miana. *Comparação entre protocolos de marcadores anatômicos e técnicos para análise cinemática na marcha e na corrida*. Dissertação de mestrado, Universidade de Campinas, 2007.
- [28] R.C.M. Marrero. *Biomecanica clinica del aparato locomotor*. MASSON, 1998.
- [29] M. Dufour and M. Pillu. *Biomecanica funcional*. MASSON, 2006.
- [30] BTS Bioengineering. *BTS Freemg*. BTS SpA., viale Forlanini 40, Italy, 2008.
- [31] M.C. Silveira. *Análise da estabilidade da marcha de adultos em diferentes condições visuais*. Dissertação de mestrado, Escola de Educação Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013.
- [32] Y. Fan, Z. Li, S. Han, C. Lv, and B. Zhang. The influence of gait speed on the stability of walking among the elderly. *Gait and Posture*, 47:31–36, 2016.
- [33] J. M. Hausdorff, P.L. Purdon, C.K. Peng, Z. Ladin, J.Y. Wei, and A.R. Goldberger. Fractal dynamics of human gait: stability of long-range correlations in stride interval fluctuation. *Journal of Applied Physiology*, 80:1448–1457, 1996.
- [34] B.J. West and N. Scarfetta. Nonlinear dynamical model of human gait. *Physical Review*, 67, 2003.
- [35] E. Marder and D. Bucher. Central pattern generators and the control of rhythmic movements. *Current Biology*, 11:986–996, 2001.